Math. P.
6̶75d

Math. P. 635^d

g. Th. Weinrich

Das Vorzüglichste aus der Geometrie und Trigonometrie,

popular vorgetragen

und

so geordnet,

daß Güter-Besitzer und Professionisten u. d. gl., für welche diese kurze Anweisung vorzüglich bestimmt ist, für jeden ihnen vorkommenden Fall hier sogleich einen ähnlichen zu ihrer Selbst-Belehrung auffinden können;

aber auch

als Leitfaden in niedern Schulen

zu gebrauchen.

R

Von

Georg Philipp Weinich,

Professor zu Schweinfurt.

Mit 3 Kupfertafeln.

Erlangen, 1814.

bey Johann Jacob Palm.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Die Geometrie können nur wenige Menschen ganz entbehren.

Will Jemand bauen, so berechnet der Maurer, welcher eine Mauer aufführen soll, seine Arbeit gewöhnlich nach Quadrat-Ruthen, der Glaser die zu verfertigenden Fenster, der Steinhauer die zu liefernden Steine, kurz die meisten Handwerksleute berechnen ihre Arbeit nach Quadrat-Schuhen. Wie oft wird da aufs Genaueste gehandelt, um die Quadrat-Ruthe oder den Quadrat-Fuß um einige Kreuzer wohlfeiler zu erhalten und am Ende bezahlt man, weil man die Summe der Quadrat-Schuhe nicht genau anzugeben weiß, weit mehr, als man schuldig gewesen wäre. Und wie nachtheilig ist es erst für den Professionisten selber, wenn wenn er den richtigen Quadrat-Inhalt seiner gelieferten Arbeit nicht zu finden versteht! Entweder rechnet er aus Unwissenheit sich selbst zum Schaden, oder er fordert, ohne die Absicht zu betrügen gehabt zu haben, zu viel und verliert darüber bey denjenigen, die es merken, Achtung und Kundschaft.

Oder will Jemand Wiesen, Weinberge u. s. w. kaufen, (und selbst der weniger Bemittelte kauft sich ja oft ein Stückchen Feldes), wie leicht kann er, wenn er sogar Nichts vom Feldmessen versteht, — was schon oft geschehen ist — für $1\frac{1}{2}$ Acker halten, was kaum 1 Acker ist!

 Und

Und sollte nicht jeder Forstmann, sollte nicht so mancher Andere den cubischen Inhalt von einem Klafter Holz, oder von einem Schock Wellen-Reisig, oder von Baum-Stämmen, von Brettern u. d. gl. zu berechnen wissen?

Allein wer nicht die höhern Klassen der Schulen besuchte, in welchen Mathematik gelehrt wird, oder wer, wenn er auch diese besuchte, für genannte Wissenschaft — was bey so Vielen der Fall war — damals keinen Sinn hatte und daher, oft in spätern Jahren noch, sich Belehrung in diesem Fache wünscht, dem sind die gewöhnlichen Lehrbücher, wenn auch nicht immer zu theuer, doch gewiß zu gelehrt und unverständlich zu seiner Selbstbelehrung.

Solchen nun, welche die Mathematik nicht studirt haben, das Unentbehrlichste und Wissenswürdigste aus der Geometrie und Trigonometrie auf eine populäre Weise darzustellen und Lehrern und Lernenden — vorzüglich in Real- und Sonntags-Schulen — ein wohlfeiles Lehrbuch in die Hände zu geben, war meine Absicht bey der Ausarbeitung und Herausgabe dieser wenigen Bogen.

Der Verfasser.

Inhalts-Anzeige.

Einleitung in die Geometrie. §. 1—6. Die Geometrie — was sie ist §. 1. Eintheilung derselben §. 2. Von den Linien §. 3. Von den Winkeln §. 4 u. 5. Von den Figuren §. 6.

I. Longimetrie, welche die Länge einer Linie messen lehrt §. 7—13.

a) gerader Linien: §. 8—12.

1. Fall. Man kann zu beyden Punkten der Linie kommen §. 8.

2. — Man kann nur zu einem Punkte der Linie kommen, horizontal §. 9. vertikal §. 10.

3. — Man kann zu keinem Punkte der Linie kommen, horizontal §. 11. vertikal §. 12.

b) krummer Linien §. 13.

II. Planimetrie, welche Flächen ausmessen lehrt. §. 14—35.

A. Wie findet man den Quadrat-Inhalt einer Fläche, deren Gränzen bestimmt sind? §. 18—25.

a) geradliniger §. 18—23.

α) mit rechten Winkeln §. 18.

1) eines regulären und länglichen Quadrats §. 18.

β) mit schiefen Winkeln §. 19—23.

— Aufnehmen einer Gegend, oder eines Stück Feldes §. 19.

2) eines Trapez's mit 2 parallel laufenden Linien §. 20.

3) einer Raute §. 21.

4) eines Triangels §. 22.

5) eines Trapez's und Vielecks §. 23.

b) krummliniger §. 24—25.

6) eines Kreises §. 24.

7) einer Kugel §. 25.

B. Wie

B. Wie bestimmt man die Gränzen? §. 26—35.
a) lauter gleiche Theile §. 26—29. u. 35. — Ausziehen der Quadrat-Wurzel §. 31.
b) ungleiche Theile §. 30—34.

III. Stereometrie, welche den kubischen Inhalt eines Körpers finden lehrt. §. 36—47.
a) regulärer Körper §. 37—46.
1. eines Prisma's §. 37.
2. einer Pyramide §. 38.
3. eines Cylinders §. 39.
4. eines Fasses §. 40.
Visir-Stäbe §. 41—43. Magister Matheseos §. 42. — Ausziehen der Cubik-Wurzel §. 43.
5. eines Kegels §. 44.
6. eines abgestutzten Kegels §. 45.
7. einer Kugel §. 46.
b) 8. irregulärer Körper §. 47.

Trigonometrie, was sie ist §. 48—58.
Worauf sich dieselbe gründet. §. 49—50.
Anwendung derselben auf die Longimetrie §. 51—55.
Anwendung derselben auf die Planimetrie §. 56—58.

§. 1.

Die Geometrie ist die Wissenschaft, einen jeden Raum auszumessen.

(Anfänglich fühlte man nur das Bedürfniß, die Felder auszumessen und aufzutheilen, und daher der Name von γῆ oder γέα, die Erde und μετρέω, ich messe.

Nimmt man das Wort Geometrie, oder Feldmeßkunst im engern Sinne, nemlich als die Wissenschaft, die Felder auszumessen und aufzutheilen, so braucht man gewöhnlicher den Ausdruck Geodäsie dafür — von γέα und δαίω, σω, ich theile.)

§. 2.

Der Raum, welcher unendlich ist, hat nur 3 Dimensionen, d. h. kann nur nach der Länge, Breite und Höhe (oder Dicke) ausgemessen werden und eben deßwegen zerfällt die Geometrie in 3 Haupt-Theile:

I.) Die Longimetrie, welche blos die Länge der Linien — (von einem Punkte zum andern) mißt, d. h. bestimmt, wie oftmal ein bekanntes Längen-Maß, z. B. eine Ruthe in der unbekannten Länge einer Linie enthalten ist;

II.) die Planimetrie, welche eine Fläche nach der Länge und Breite — (von einer Linie zur andern) ausmißt, z. B. nach Quadrat-Ruthen;

III.) die Stereometrie, welche einen Körper nach der Länge, Breite und Höhe (oder Dicke) zugleich — (von einer Fläche zur andern) ausmißt, z. B. nach Cubik-Ruthen.

§. 3.

§. 3.

Die Linien sind

1) entweder gerade, oder 2) krumme, oder 3) gebrochene und zwar a) theils gerad- b) theils krummgebrochene. (Taf. I. Fig. 1.)

§. 4.

Zwey gerade Linien können keinen Raum einschließen; sie bilden aber, wenn die Neigung derselbigen gegen einander so ist, daß sie sich in einem Punkte vereinigen, einen Winkel.

Die Winkel heißen

1) rechte, wenn sie 90 Grade haben, (Fig. 2.) ($90^\circ = \frac{1}{4}$ eines Kreises, zu 360° angenommen.)

2) schiefe und zwar a) stumpfe, wenn sie mehr, als 90° haben, (Fig. 3.)
b) spitzige, wenn sie weniger, als 90° haben. (Fig. 4.)

(Man bezeichnet die Winkel entweder mit einem einzigen Buchstaben, z. B. x, den man aussen an — oder innen in den Scheitel-Punkt (die Spitze) des Winkels setzt; oder gewöhnlicher mit 3 Buchstaben, von welchen aber der des Scheitel-Punktes jedesmal in der Mitte stehen muß, z. B. ABC. (Fig. 2 — 4.)

(Nicht die Länge der Schenkel (Seiten), sondern die Neigung bestimmt die Größe des Winkels.)

(Der Winkel, der zur Ergänzung eines rechten Winkels nöthig ist, wird Complement genannt, z. B. 30°. (Fig. 5.)

§. 5.

Alle Winkel auf einer Ebene sind gleich 2 rechten Winkeln. (Fig. 6.) Hieraus folgt:

a) Zwey Neben-Winkel, die einen gemeinschaftlichen Schenkel auf einer geraden Linie haben, sind gleich 2 rechten Winkeln, oder 180°. (und der eine, der also

zur

zur Ergänzung 2 rechter Winkel nöthig ist, wird auch Supplement genannt.) (Fig. 6. u. 7.)

b) Alle Vertikal- (Scheitel-) Winkel sind einander gleich, $a = b$, und $x = y$.

Beweiß: a u. y auf einer Ebene = 2 rechten Winkeln; $a = 120°$, folglich $y = 60°$.
a u. x auf einer Ebene = 2 rechten Winkeln; $a = 120°$, folglich $x = 60°$, $x = y$.
oder $y = 60°$, folglich $b = 120°$
$y = 60°$, folglich $a = 120°$; $y = y$, folglich $a = b$. (Fig. 8.)

c) Alle Wechsel-Winkel (wenn Parallel-Linien, — die ins Unendliche auf beyden Seiten verlängert werden können, ohne daß sie zusammenstoßen, — von einer 3ten Linie durchschnitten werden,) sind einander gleich, $a = b$, und $x = y$. (Fig. 9.)

Beweiß: b und c haben einerley Neigung, also $b = c$.
a und c sind Scheitel-Winkel, also $a = c$, (nach §. 5. b.)
$a = c$
$b = c$ und wenn 2 Größen einer 3ten Größe gleich sind, so sind sie einander selber gleich; also $a = b$.
oder $x = z$
$z = y$; folglich $x = y$.

§. 6.

Sind der geraden Linien mehr, als zwey; so schliessen sie einen Raum ein und eine von allen Seiten begränzte Fläche hat eine Figur. (Die ganze Gränze = Umfang, Umriß, Perimeter.)

Die Figuren sind:

A. Geradlinige,
1) Dreyecke, Triangel. — nach den Winkeln:
a) rechtwinklige; (Fig. 10.)
b) schiefwinklige, und zwar
1. stumpf- } winklige (Fig. 11.)
2. spitz- } winklige (Fig. 12.)

— nach

— nach den Seiten:
1) gleichseitig; (Fig. 13.)
2) gleichschenklig; (Fig. 14.)
3) ungleichseitig. (Fig. 15.)

2) Vierecke. — Parallelogramme, deren Seiten parallel laufen:

a) Quadrate, lauter rechte Winkel und alle Seiten gleich. (Fig. 16.)

b) längliches Quadrat, rechte Winkel und nur die gegenüberstehenden Seiten gleich. (Fig. 17.)

c) verschobenes Quadrat, Raute; alle Seiten gleich, aber schiefe Winkel. (Fig. 18.)

d) längliche Raute; die gegenüberstehenden Seiten gleich und schiefe Winkel. (Fig. 19.)

— Trapezien, deren Seiten nicht parallel laufen. (Fig. 20.)

3) Vielecke, Polygone.
— a) reguläre, z. B. 5 — 6 — 8 Ecke; (Fig. 21.)
— b) irreguläre. (Fig. 22.)

B. Krummlinige.

Ein Kreis, Zirkel — entsteht, wenn eine gerade Linie sich um den einen ihrer Endpunkte so lange herum bewegt, bis sie wieder dahin kommt, wo sie vor der Bewegung war. (Centrum. Peripherie, Umkreis — in 360° getheilt; 1° = 60 Minuten; 1′ = 60 Sekunden ꝛc. Chorde, Sehne — eine gerade Linie von einem Punkte der Peripherie zum andern. Die größte durchs Centrum = Diameter; die Hälfte davon Radius, Halbmesser; und alle Radien sind einander gleich. Ein Stück der Peripherie = Bogen. Die Fläche zwischen Sehne und Bogen heißt man Abschnitt und die Fläche zwischen 2 Radien und Bogen Ausschnitt.) (Fig. 23.)

(2 Kreise mit einem gemeinschaftlichen Mittelpunkte = concentrisch. (Fig. 24.)

(2 Krei-

(2 Kreise mit verschiedenen Mittelpunkten = eccentrisch und die Linie von einem Centrum zum andern = Central-Linie.) (Fig. 25.)

C. Vermischtlinige, bald aus graden, bald wieder aus krummen Linien zusammengesetzt. (Fig. 26.)

I. Longimetrie.

§. 7.

Soll die Länge

A. gerader Linien gemessen werden, so kann man

1) entweder von dem einen Punkte zum andern kommen (und in diesem Falle mißt der Kaufmann mit der Elle, der Zimmermann mit dem Maßstabe — ohne besondere Anweisung nöthig zu haben;)

2) oder man kann von dem einen Punkte nicht zum andern kommen, aber doch

   a) von einem 3ten Punkte (Stand-Punkte) aus zu den beyden Punkten, deren Entfernung von einander man wissen möchte; oder

   b) von einem Stand-Punkte aus nur zu einem der beyden Punkte, oder endlich

   c) von einem Stand-Punkte aus zu gar keinem der beyden Punkte.

Nur von diesen 3 Fällen wird in der Longimetrie gehandelt.

(Das Längen-Maß — die Ruthe, Gerte — ist nicht an allen Orten gleich; daher sind auch die Schuhe oder Fuß, in die man die Ruthe theilt, wenn man auch überall 12 Schuhe annehmen sollte, verschieden und wenn man selbst eine und dieselbige Ruthe auf verschiedene Weise,

z. B.

z. B. eine Werk-Ruthe in 12 Schuhe, 1 Schuh in 12 Zoll ꝛc.
eine geometr. do. in 10 —, 1 — in 10 — ꝛc.
eintheilt; so muß, wie sich leicht einsehen läßt, der geometrische Fuß, als $\frac{1}{10}$ Ruthe, größer seyn, als ein Werk-Schuh, als $\frac{1}{12}$ einer Ruthe.)

§. 8.

I. Fall. (§. 7. 2. a.) Wie weit ist von A nach B, zwischen welchen 2 Gegenständen Sumpf, Wasser ꝛc. befindlich seyn kann? (Trig. §. 52. 3.)

a) Man macht einen gleichen Triangel.

1) Nachdem man sich in C willkührlich einen Standpunkt gewählt hat, mißt man mit der Ruthe von C nach A, z. B. 7° 8′; eben so lang macht man eine Linie von C nach E, aber in der Richtung, daß ACE einander decken. Hierauf mißt man von C nach B, z. B. 8° 5′; trägt eine eben so lange Linie von C nach D in der Richtung BCD. Endlich mißt man von D nach E, welche Linie gerade so lang ist, als die Linie von A nach B, welche man suchte.

Beweiß: In dem Dreyecke ABC ist die Linie AC gerade so lange, als in dem Dreyecke CDE die Linie CE ist; die Linie BC des einen Dreyecks ist wieder so lange, als die Linie CD des andern Dreyecks und in C sind Wechsel-Winkel, folglich (nach §. 5. c.) der eine Winkel, der zum Triangel ABC gehört, ebenfalls so groß, als der andere, der im Triangel CDE steht — also in beyden Triangeln sind 2 Seiten und 1 Winkel einander gleich — und "wenn in 2 Dreyecken 3 Stücke — unter denen aber wenigstens Eine Seite seyn muß — einander gleich sind; so sind sie einander in allen Stücken gleich:" (folglich ist der Winkel B = dem Winkel D; der ∠ A = ∠ E und die Linie AB = der Linie DE.) Beyde Triangel — auf einander gelegt — decken einander; die Fläche des einen ist gerade so groß, als die des andern; sie sind congruent; △ ABC ≅ △ CDE. (Tab. 2. Fig. 27. 1.)

b) Man

b) Man macht einen ähnlichen Triangel.

2) Man mißt die Linie ac, z. B. = 12°, und steckt dann 12′ weit von c in d einen Stab ein; dann mißt man von cb, z. B. = 10° und steckt 10′ weit von c in e ebenfalls einen Stab ein. Von d nach e sind 9′ 8″, also von a nach b = 9° 8′.

Beweiß: "Wenn man mit irgend einer der 3 Seiten eines Triangels in demselbigen eine Parallel-Linie ziehet, so erhält man ähnliche Dreyecke — die Winkel des einen sind vollkommen gleich den Winkeln des andern und die Seiten des kleinern Triangels stehen unter sich in derselben Proportion, in welcher die Seiten des größern unter einander stehen." Der ∠c gehört zum großen und zum kleinen Dreyecke und ist daher in beyden gleich; der ∠d im kleinen △ ist = dem ∠a im großen; denn es ist, da die Linie ab und die Linie de parallel laufen, einerley Neigung in beyden und aus demselbigen Grunde ist auch der ∠e = dem ∠b.

Die Linie ac ist 10mal so groß, als cd; die Linie cb deßgleichen 10mal so groß, als ce; folglich muß die Linie ab ebenfalls 10mal so groß seyn, als de, statt 98″ = 980″ oder 9° 8′ 0″. (Fig. 27. 2.) (△cde ∽ △abc.)

3) Man setzt in dem angenommenen Standpunkte c den Meßtisch horizontal hin, steckt in denselben eine Nadel fest, legt an diese das Dioptern-Lineal dicht an, visirt nach A, zieht mit Bleysteft eine Linie und zwar so viele Ruthen und Schuhe lang nach dem verjüngten Maßstabe, als die Linie AC im Großen hat. Eben so verfährt man bey der Linie BC. Zuletzt mißt man die Linie ED nach dem verjüngten Maßstabe und hätte dieselbe 12° 3′ 4″, so muß die Linie AB — mit der gewöhnlichen Ruthe gemessen — auch 12° 3′ 4″ halten. (Fig. 27. 3.)

§. 9.

II. Fall. (§. 7. 2. b.) Wie weit ist von a nach b, zwischen welchen Gegenständen ein Fluß ꝛc. ist? Wie breit ist der Fluß? (Trig. §. 52. 4.)

a) Eine horizontale Linie alsö.

α) Gleichheit der Triangel. (§. 8, 1. Lehrsatz.)

1) Man mißt von b nach d eine Linie, z. B. 20° lang und steckt in der Mitte derselben bey c einen Stab ein. So groß der Winkel in b, so groß sucht man den Winkel in d und zieht auf diese Weise mit der Linie ab eine Parallel-Linie, jedoch gerade auf die entgegengesetzte Seite zu. Auf dieser Linie geht man so lange rückwärts fort, bis man sieht, daß der Stab in c den Gegenstand in a deckt. Die Linie de ist gerade so lang, als ab.

Hier hat man 1 gleiche Seite und
2 Winkel, b = d und in c Vertikal-Winkel. (Fig. 28, 1.)

(Die Winkel, welche auf dem Papiere mit dem Transporteur gemessen werden, mißt man im Felde gewöhnlich

a. entweder mit dem Dioptern-Lineale auf dem Meßtische; oder

b. mit dem Astrolabium — aus einem ganzen oder halben Kreise bestehend, worauf ein bewegliches und ein unbewegliches Dioptern-Lineal ist — und bey Vertikal-Linien mit dem Quadranten; oder

c. mit der Boussole (dem Compaß), aussen mit Dioptern versehen und der inwendige Kreis in 360° getheilt; oder auch blos

d. mit der Ruthe. Man mißt von einem Punkte (Scheitelpunkte) aus 2 Linien, jede etwa 1 Ruthe lang und sucht dann mittelst derselben Gerte, wie weit beyde Linien von einander abstehen — die Neigung beyder Schenkel.)

2) Man steckt einen Stab, an welchem oben, wie in einer Gabel, ein bewegliches Dioptern-Lineal angebracht ist, senkrecht in die Erde und visirt damit gegen A; dann dreht man den Stab, ohne das Visir zu verrücken — so, daß der niedergesenkte Theil des Dioptern-Lineals auf einen Punkt hingerichtet wird, zu welchem man kommen kann. Von B nach C ist eben so weit, als von AB.

Die Linie BC — die Höhe des Stativs — ist in beyden Triangeln gleich;

Bey

Bey B ist auf beyden Seiten des senkrecht stehenden Stativs ein ∠ = 90° und in C sind Vertikal-Winkel. (Fig. 28. 2.)

β) Aehnlichkeit der Triangel. (§. 8, 2.)

3) Oder statt — wie bey 1. eine Linie = 20° zu messen, mißt man nur 11° und steckt den Stab zwischen beyden Punkten so ein, daß von b bis c = 10° und von c bis d nur 1°. Uebrigens verfährt man ganz, wie bey No. 1. Und mißt nun die Linie de z. B. 8′ 7″, so hat die Linie ab = 8° 7′. (Fig. 28. 3.)

4) Man setzt den Meßtisch in B und visirt nach A und nach C und beyde Linien werden mit Bleysteft so lange, als möglich, gezogen. Hierauf mißt man die Linie BC und giebt der Linie von B nach C auf dem Papiere eben so viele Ruthen und Fuß nach dem verjüngten Maßstabe. Nach diesem steckt man in B, wo der Meßtisch gestanden, einen Stab ein, und trägt den Meßtisch nach C, wo man ihn so aufstellt, daß die Linie BC auf dem Papiere gegen den Stab in B gerichtet ist. Von C visirt man endlich nach A und in E; wo die Linie D durchschnitten wird, ist der Punkt, von wo aus man mit dem verjüngten Maßstabe nach D mißt. Die Linie ED = AB im Großen. (Fig. 28. 4.)

γ) Durch Schießen.

5) Während Jemand in A ein Schießgewehr losbrennt, zählt ein Anderer, der bey B steht und in demselben Augenblicke das Feuer sieht, wie viele Secunden bis zum Knalle verfließen. Gesetzt, dieser hätte 8 Sekunden gezählt, so wäre die Entfernung — da der Schall in 1 Sekunde = 1073 rheinländischer oder = 1038 Pariser Fuß weit fortgepflanzt wird,

$$\begin{array}{r} 1073 \\ 8 \\ \hline = 8584 \end{array} \text{ rhnländ. oder } \begin{array}{r} 1038 \\ 8 \\ \hline = 8304 \end{array} \text{ Pariser Fuß.}$$

§. 10.

Wie weit ist von A nach B? Wie hoch ist der Thurm, Baum ꝛc.? (Trig. §. 52, 2. u. 1. §. 53, 7. und §. 55, 9.)

b) Eine vertikale Linie also.

α) Gleichheit der Triangel findet hier nicht Statt; denn angenommen, die Linie ab in Fig. 28, 1. seye die Höhe des Thurms; so müßte die zu ziehende Linie de senkrecht in die Erde hinunter gehen.

β) Aehnlichkeit der Triangel. (§. 8, 2.)

1) Man steckt den — (§. 9, 2.) angegebenen Stab mit einem beweglichen Diopter-Lineale in einiger Entfernung vom Thurme vertikal in die Erde und visirt nach der Spitze b hinauf. Hierauf visirt man, ohne den Stab zu verrücken, von f aus nach g, wo ein Stab eingesteckt wird. Zuletzt mißt man die Linie cg = 1° 5'.
die Linie ag = 15° 8'.
und die Höhe des Stabs = 5' und sagt:
gc : dc = ga : ab, oder nach der Regel de Tri:

Höhe = ab — ? | 15° 8' = ga, Linie.
Linie — gc = 1° 5' | 5' Höhe.
15 | 790 | $52\frac{2}{3}$ Fuß. (Fig. 29. 1.)
75.
40
30
10

2) Man setzt den Meßtisch vertikal auf, sucht den Winkel D, indem man mit Bleystest eine Linie nach B und eine horizontale Linie nach A zieht; dann mißt man die Linie CA, macht die horizontale Linie auf dem Papiere nach dem verjüngten Maßstabe eben so viele Ruthen ꝛc. lang und setzt bey E eine senkrechte Linie auf und mißt EF = 8° 7' 4'' nach dem verjüngten Maßstabe, so ist von G nach B eben so weit. Noch muß man die Höhe des Meßtisches addiren. (Fig. 29. 2.)

3) Man

3) Man stellt eine Ruthe senkrecht auf und mißt ihren Schatten, und zu gleicher Zeit auch den Schatten des Thurms, Baums ꝛc.

der Schatten der Ruthe = $1^\circ\ 3'$.
der Schatten des Thurms = $9^\circ\ 4'$.

Höhe ? | $9^\circ\ 4'$ Schatten,
Schatten $1^\circ\ 3'$ | $10'$ Höhe
13 | 940 | $7^\circ\ 2'\ 3''$ (Fig. 29. 3.)
91 :
30
26
40

4) Oder man legt in einer Entfernung vom Thurme einen Spiegel horizontal auf die Erde, so daß man die Spitze desselben in der Mitte erblickt. Nun mißt man die Linie ac und die Linie dc; die Höhe der Linie dc bis zum Auge des Menschen = $5'$.

Höhe ? | $9^\circ\ 8'$ Entfernung ac.
Entf. dc = $8'$ | $5'$ Höhe.
8 | 490 | $6^\circ\ 1'\ 2''\frac{1}{2}$. (Fig. 29. 4.)
48
10
8
20
16
4

$\angle f = \angle g$; (denn unter demselbigen Winkel, unter welchem die Strahlen bey g auffallen, werden sie bey f zurückgeworfen.)

$\angle a = \angle d$; beyde = 90°, folglich

$\angle e = \angle b$; (die 3 Winkel in einem Dreyecke haben zusammen 180° und weiß man die Größe zweyer Winkel; so kann man auch den dritten finden, wenn man die Summa der 2 bekannten von 180° abzieht.) (Fig. 30.)

und die Linie ab steht mit der Linie ac in derselben Proportion, in der die Linie de mit der Linie cd steht.

§. 11.

III. Fall. (§. 7, 2. c.) Wie weit ist von A nach B, welche beyden Gegenstände jenseits eines Flusses liegen? (Trig. §. 58, 8.)

a) Eine horizontale Linie also.

— Aehnlichkeit der Triangel. (§. 8, 2.)

1) Man mißt diesseits eine Stand-Linie, deren Länge aber mit der Länge AB im Verhältnisse stehen muß, d. h. gegen diese nicht zu kurz seyn darf. An den einen Punkt dieser Stand-Linie z. B. in C setzt man einen Meßtisch, visirt nach A, nach B und nach D und zieht nach diesen Richtungen 3 Linien. So lang die Stand-Linie CD ist, so lang muß diese Linie auf dem Meßtische nach dem verjüngten Maßstabe seyn. Nachdem trägt man den Meßtisch nach D, aber so, daß die Stand-Linie auf dem Papier gerade über der großen Stand-Linie hinlauft. Von diesem Stand-Punkte aus visirt man ebenfalls nach A und nach B und wo sich die Linien durchschneiden, da sind die Punkte, von denen aus gemessen wird = EF. (Fig. 31.)

§. 12.

Wie weit ist von a nach b, wie hoch ist ein Thurm, Baum rc. zu welchem man eines Sumpfes, oder Wassergrabens wegen nicht kommen kann? (Trig. §. 52, 5. u. 6.)

b) Eine vertikale Linie also.

— Aehnlichkeit der Triangel. (§. 8, 2.)

1) Stände zufälliger Weise dem zu messenden Gegenstande ein 2 — 3 stöckiges Haus gegen über, dann könnte man gerade wieder wie §. 11, 1. verfahren, die zu messende Stand-Linie, von deren beyden End-Punkten aus visirt werden werden müßte, gienge jedoch vertikal von dem Fußboden der untern Etage bis zum Fußboden der obern rc. (Fig. 32. 1.)

2) Oder man setzt den Meßtisch vertikal in c und sucht auf demselben den Winkel bef, dann mißt man die Linie cd und giebt dieser Linie auf dem Papiere eben so viele Ruthen ꝛc. nach dem verjüngten Maßstabe. Hierauf setzt man den Meßtisch abermals vertikal in d und sucht von dem Punkte g aus den Winkel bgf. Da wo die Linien, nach der Thurmspitze gezogen, einander durchschneiden, läßt man eine Vertikal-Linie auf die Linie eg fallen und diese, nach dem verjüngten Maßstabe gemessen, giebt die Höhe der Linie bf an und addirt man die Höhe des Tisches, so hat man die ganze Höhe von a nach b. (Fig. 32. 2.)

§. 13.

B. Krumme Linien mißt man

1) mit einem Faden, oder der Schmid dreht sein Rad, an dem er ein Zeichen mit Kreide gemacht hat, auf dem Eisenstabe so lange herum, bis das Zeichen wieder kommt ꝛc.

2) Kann man den Umfang nicht messen, so mißt man den Diameter und dieser verhält sich zur Peripherie wie 7 zu 22, oder genauer noch $= 1 : 3\frac{14}{100}$ oder $= 100 : 314$.

Wäre z. B. der Diameter $= 5$ Fuß, so sagt man:

Periph. ?	5′ Diam.	
Diam. 100	314 Periph.	
100	1570 | 00 |	$15\frac{7}{10}$ Fuß also die gesuchte Peripherie.

II. Planimetrie.

§. 14.

Da das Messen der Flächen mit dem Flächen-Maße, oder mit der Quadrat-Ruthe, d. h. einem Maße 1° lang und 1° breit, sehr beschwerlich, (man müßte sie auf einen Acker von 160 □° gerade 160 mal auflegen und dabey das Ge-

messene zeichnen, damit es nicht noch einmal gemessen würde;) ja bey Seen, Sümpfen ꝛc. ganz unmöglich ist; so bedient man sich auch hier lieber des Längen-Maßes, mißt damit die Länge und Breite und multiplicirt beyde mit einander, wo man denn ebenfalls den Flächen-Raum, oder das Quadrat-Maß findet.

$$\left(\begin{array}{l} 1\ \square^{\circ}\ \grave{a}\ 10' = 100\ \square'\ \text{oder} = 10000\ \square'' \\ 1\ \square^{\circ}\ \grave{a}\ 12' = 144\ \square'\ \text{oder} = 20736\ \square'' \end{array}\right)$$ (Fig. 33.)

§. 15.

Linien, die an Bergen auf- und ablaufen, müssen so gemessen werden, als wenn sie horizontal liefen. Von a nach c ist eine größere Fläche, als von a nach b, wie Jeder beym ersten Blicke gewahr wird. Gesetzt nun, der gewissenhafteste und geschickteste Feldmesser hätte an dem Abhange des Berges von a nach c, also auf der schiefen Ebene 160 □° oder 1 Acker gemessen, und der Berg würde durch die Länge der Zeit, durch Regengüße ꝛc. immer flacher, oder der Besitzer dieses Berges ließe ihn einebnen, so daß die Spitze cde in adf aufgeschüttet würde; wäre denn von f nach d und e noch 1 Acker? Gewiß nicht. Was aber der Feldmesser für 1 Acker ausgiebt, das muß in allen angenommenen Fällen auch 1 Acker seyn und bleiben. (Fig. 34.)

Aber wenn von a nach b gemessen, schon 1 Acker herauskommt; so muß ja die schiefe Fläche von a nach c mehr als 1 Acker betragen? Ja wohl, dieß ist nicht nur der Fall, sondern dieß darf auch der Fall seyn, da die größere Fläche am Abhange eines Berges immer weniger trägt, als 1 Acker in der Ebene, wo mehr Feuchtigkeit ist; oder, wenn auch bey Weingärten der Ertrag gleich seyn sollte, die Baukosten eines Weinberges immer beträchtlicher sind, als die eines Weingartens in der Ebene.

Die Frage: "Wachsen am Abhange eines Berges, z. B. ab mehr Gewächse, als in der Ebene bc?" läßt sich daher nach dem bereits Gesagten leicht beantworten.

Soll-

Sollten auf der Linie ab in derselben Richtung, wie ac läuft, Pfähle, und zwar einer an dem andern, eingeschlagen werden; so würde man auf der Linie ab nicht mehr brauchen, als auf der Linie cb. (Fig. 35.)

a) Allein an dem Abhange eines Berges stehen einmal, was augenscheinlich die Erfahrung lehrt, weder Bäume, noch Gras rc. in einer vertikalen Linie, sondern etwas lehnend bergabwärts; (Fig. 36.)

b) und gesetzt, sie ständen wirklich vertikal; so würden, wenn sie nur nicht so nahe gesetzt werden, daß ein Stamm den andern berührt, dieselben am Abhange viel näher gesetzt werden können, als unten in der Ebene, es würden also mehrere auf der schiefen, als wie auf der horizontalen Fläche stehen können; denn die Entfernung der Gewächse von einander hängt ab:

1) von dem Durchmesser der Krone oben;
2) von der Ausbreitung der Wurzeln, und
3) von dem freyen Luftzuge.

Wenn daher die Bäume in ab wegen der Krone, mit der sie einander ausserdem berühren würden, etwas weiter aus einander gesetzt werden müssen; so kann man die Bäume in bc, wo die Krone des obern über der des untern emporragt, näher setzen; die Wurzeln laufen auf bc nicht in einander und entziehen einander die Nahrung nicht; endlich werden in cb alle Bäume vom freyen Luftzuge bestrichen, während dem in ab nur die äussern der freyen Luft genießen und die mittlern, zu ihrem größten Nachtheile, derselben ganz beraubt sind. (Fig. 37.)

§. 16.

Da in der Planimetrie der Fall eben so gut vorkommen kann, daß die ganze Oberfläche eines Körpers, z. B. unserer Erdkugel, nach Quadrat-Maße ausgemessen werden soll, als der Fall besonders in der Geodäsie vorkommt, wo man nur die Fläche eines Stück Landes von einer bestimmten Figur auszumessen hat; so muß also die Benennung der Körper nach ihren verschiedenen Figuren hier vorausgeschickt werden.

A. Mit

A. Mit geradlinigen Grundflächen:]

1) Prismate, d. h. eckige Körper, die oben, mitten und unten von gleicher Dicke und Gestalt sind.|

Die Seitenflächen sind soviele Parallelogrammen (§. 6. A. 2.) als die Grundfläche Seiten hat. Die Prismate sind:

a) 3-eckige,
b) 4-eckige und
c) vieleckige. (Fig. 38. a. b u. c.)

Sind die Grundflächen des Prisma's Parallelogrammen, so heißt dasselbe Parallelopipedum und ein senkrechtes Parallelopipedum von 6 gleichen Quadraten eingeschlossen = Cubus oder Würfel. (Fig. 39.)

2) Pyramiden; eckige Körper, die sich oben zuspitzen. Sie sind a) entweder 3-eckig; b) 4-eckig, oder c) vieleckig. (Fig. 40. a. b u. c.)

B. Mit krummen Grundflächen:

3) Cylinder, Walzen, durchaus (oben, mitten und unten) gleich dick. (Fig. 41.)

4) Kegel, nach oben zugespitzt. (Fig. 42.)

5) Kugel, wo alle Punkte auf der Oberfläche gleich weit vom Centrum sind. (Fig. 43.)

§. 17.

In der Planimetrie wird

I. entweder der Quadrat-Inhalt einer Fläche, deren Gränzen bereits bestimmt sind, gesucht; oder

II. die Gränzen einer Fläche, welche einen gewissen Quadrat-Inhalt haben soll, werden erst bestimmt.

In beiden Fällen kommt Alles darauf an:

a) ob in der Figur rechte Winkel, oder

b) ob in derselben schiefe Winkel sind, in welchem letzten Falle die Figur erst in eine andere Figur mit rechten Winkeln verwandelt werden muß,

um

um dann erst nach dieser vorgenommenen Operation, wie bei a) verfahren zu können.

§. 18.

Wie sucht man

I. den Quadrat-Inhalt solcher Flächen, deren Gränzen bereits bestimmt sind, wenn

A) die Figur derselben geradlinig und

a) in derselben rechte Winkel sind?

1) Z. B. eines regulären oder länglichten Quadrats? (Fig. 16 u. 17.)

Man multiplizirt die Länge und Breite mit einander.

1) Länge des Feldes = 13° 4′ 8″ geometr. Maßes,
u. die Breite desselben = 7° 2′ 0″ detto detto

26960
9436
970560 □ Zolle, und mit 100 dividirt, so bekommt man Fuß und dividirt man noch einmal mit 100, so erhält man Ruthen, oder kürzer: Man schneidet 2 und 2 Zahlen von hinten her ab und man hat = 97° 05′ 60 □″.

2) Eine Mauer soll nach Quadrat-Ruthen veraccordirt werden.

Dieselbe wird lang = 3° 4′ 10″ Werkmaß, od. = 490 Zoll,
hoch oder breit = 11′ 4″ detto od. = 136 dto.

2940
1470
490
66640 □ Zolle,

144) 66640″ | 462 □ Fuß;
576 . .
904 .
864 .
400
288
112 □ Zoll.

144) 462′ | 3 □ Ruthen;
432
30 □ Fuß;

Summa = 3 □° 30′ 112″.

Wurde accordirt, daß die Mauer 1 Fuß dick werden sollte, in der Folge aber bestimmt, daß sie eine Dicke von $1\frac{1}{2}$ Fuß erhalten sollte; so rechnet man die Hälfte des gefundenen Quadrat-Inhalts mehr; z. B. 3° 30′ 112″

1° 87′ 56″

Summa = 4° 118′ 168″

144

und 24″

3) Die krumme Seitenfläche eines Cylinders soll mit Blech beschlagen und die Kosten sollen nach Quadrat-Fußen berechnet werden.

Die Länge oder Höhe des Cylinders

= 5′ 7″ Werkmaß, oder = 67 Zolle,

Die Peripherie oder Breite desselben

= 1′ 8 Werkmaß, oder = 20 Zolle,

1340 □ Zolle.

144) 1340 | 9 □ Fuß u. 44 □ Zolle zusammen. (Fig. 41.)
1296
44

4) Ein Würfel soll mit Kupfer beschlagen und der Betrag des Arbeitslohns nach Quadrat-Schuhen ausgeschlagen werden.

Man mag ihn nach der Länge, Breite oder Höhe messen; so findet man 1′ 7″ Werkmaß,

oder 19 Zolle,
19
171
19

361 □ Zolle hält also eine Fläche des Würfels; dieser hat 6 gleiche Flächen, also

6 mal genommen,

144) 2166 □ Zolle | 15 Quadrat-Fuß und 6 Quadrat-Zoll also zusammen zu bezahlen. (Fig. 39.)
144
726
720
6

5) Ein

5) Ein Spritzen-Kasten soll inwendig mit Kupfer beschlagen werden. Wie viele Quadrat-Fuß Kupfer sind nöthig? Da der Kasten oben offen bleibt, so sind nur 5 Flächen zu berechnen.

Die Länge = 4′ 3″ = 56 Zolle;
die Breite = 3′ 0″ = 36 dto.
die Höhe = 2′ 4″ = 28 dto.

a) der Boden = 56 Zoll lang und
36 Zoll breit
336
168
144) 2016 □Zolle | 14 Quadrat-Fuß.
144
576
576
0

b) Die lange Nebenseite = 56″ lang,
28″ hoch;
448
112
1568 □ Zolle.
Da deren 2 sind, × 2
3136

144) 3136 □Zolle | 21 □ Fuß und 112 □Zolle;
288
256
144
112

c) Die

c) Die kurze Nebenseite = 36 Zoll breit,
28 Zoll hoch;

$$
\begin{array}{r}
288 \\
72 \\
\hline
1008 \\
2 \\
\hline
2016 \square \text{Zolle.}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
144)\ 2016 \square'' \mid 14 \square \text{Fuß.} \\
\quad 144. \\
\hline
\quad 576 \\
\quad 576 \\
\hline
\quad\ \ 0
\end{array}
$$

Also a) = 14 Quadrat-Fuß;
b) = 21 dto. u. 112□''
c) = 14 dto. —

Summa = 49 □ Fuß u. 112'' ($\frac{7}{9}$ □ Fuß)
(Fig. 44.)

§. 19.

b) Hat die Figur schiefe Winkel, so muß sie erst in eine Figur mit lauter rechten Winkeln verwandelt werden, um dann wie bei a) verfahren zu können.

Da man einen schiefwinkligen Acker ohnmöglich auf dem Felde sogleich in eine rechtwinklige Figur verwandeln kann; so zeichnet man gewöhnlich erst eine ähnliche kleine Figur aufs Papier — man nimmt ein Stück Feld, oder eine Gegend auf — legt sie in Grund.

Dieses geschieht

A. bei geradlinigen Figuren

1) indem man mit der Ruthe die Umfangs- und die Diagonal-Linien mißt und die so entstandenen Triangel aufs Papier zeichnet. (Fig. 45.)

(Man hat jedesmal 3 Diagonal-Linien und
2 Triangel weniger, als die Figur Ecken hat.)

2) in-

2) indem man in der Mitte des auszumessenden Stückes einen Punkt wählt, auf den man den Meßtisch setzt, von hier aus nach allen Ecken visirt und mit dem Bleistefte Linien zieht und diesen nach dem verjüngten Maaßstabe dieselbige Länge giebt, welche die langen Linien — mit der Gerte gemessen — haben.

Zuletzt zieht man von einem Endpunkte zum andern Querlinien. (Fig. 46.)

3) indem man — bei Sumpf und Wald — die Umfangs-Linien und die Winkel mißt; (Fig. 47.)

4) indem man eine verhältnißmäßig lange Stand-Linie mißt, von deren 2 Endpunkten aus man das Ganze übersehen kann. Die Länge der Standlinie wird nun nach dem verjüngten Maßstabe aufs Papier getragen und von beiden Enden aus wird nach allen Ecken visirt, wohin man auch Linien zieht. Da, wo sich Linien durchschneiden, ist die Länge. (Fig. 48.)

(Auf diese Weise kann man ganze Gegenden aufnehmen und will man die Figur noch einmal abzeichnen, so darf man nur die Punkte mit einer Nadel auf einem weissen Papier abstechen.)

B. Bei krummlinigen Figuren steckt man durch Stäbe gerade Linien ab und berechnet den Quadrat-Inhalt der geradlinigen Figur. Dann wird der Raum zwischen den geraden und krummen Linien in kleinen Dreyecken oder länglichten Quadraten berechnet und von der ersten gefundenen Summa abgezogen. (Fig. 49.)

§. 20.

2) Den Quadrat-Inhalt eines Trapeziums, worin nur 2 Linien parallel laufen, findet man, indem man die 2 parallel laufenden Linien mißt, beide addirt und die Summa halbirt, d. h. eine Mittelzahl sucht und dasjenige, was man von der langen Linie abschneidet, an die kurze Linie ansetzt, so daß man wieder den Fall §. 18. 1) bekommt.

Die

Die lange Parallel-Linie $= 14^\circ 7' 6''$
die kurze dto. $= 12^\circ 0' 0''$

2) 2676 | $13^\circ 3' 8''$ Mittelzahl.
die Breite oder senkrechte Höhe — — — — $= 7^\circ 0' 0''$

$93^\circ 66' 00 \square''$
(Fig. 50.)

§. 21.

3) Den Quadrat-Inhalt einer Raute, eines schiefstehenden Parallelograms, findet man, indem man auf die Grund-Linie oder Basis eine senkrechte Linie fallen läßt und die Höhe dieser Linie mit der Länge der Basis multiplicirt.

(2 Parallelogramme, welche gleiche Grund-Linie und gleiche Höhe mit einander haben, sind auch in Ansehung ihres Flächen-Raums einander gleich.)

Eigentlich schneidet man in Gedanken das △ a ab und setzt es bey b wieder an, so daß man wieder den Fall §. 18. 1. erhält, z. B. die Basis $= 6' 0''$
die senkrechte Höhe $= 5' 6''$

360
300

$33' 60''$
(Fig. 18.)

§. 22.
(Trig. §. 56—58.)

4) Den Quadrat-Inhalt eines Triangels findet man, indem man die Grund-Linie und die senkrechte Höhe mit einander multiplicirt und das Produkt mit 2 dividirt, oder, was noch kürzer ist, bey geraden Zahlen gleich die Hälfte entweder der Basis oder der senkrechten Höhe nimmt. (Eigentlich macht man erst ein Parallelogram, verwandelt dieses nach §. 21. in ein Rechteck und "da ein Dreyeck die Hälfte von einem Parallelogramme ist, welches gleiche Basis und gleiche Höhe mit ihm hat,

hat; so muß der gefundene Quadrat-Inhalt, als der Inhalt des Quadrats, halbirt werden.)

$$\text{Basis} = 3^\circ\, 4'\, 6''$$
$$\text{Höhe} = 2\;6\;4''$$
$$1\;3\;8\;4$$
$$2\;0\;7\;6$$
$$6\;9\;2$$
$$2)\quad 9\;1\;3\;4\;4$$
$$= 4^\circ\, 56'\, 72''$$

oder $3^\circ\; 4'\; 6'' \times$ mit der Hälfte der Höhe

$$1\;\;3\;\;2''$$
$$= 4^\circ 56' 72''.$$ (Fig. 15.)

§. 23.

5) Den Quadrat-Inhalt eines Trapezium's, worin gar keine Linien parallel laufen, so wie eines Vielecks findet man, indem man dieselben in Dreyecke theilt, jedes einzelne Dreyeck nach §. 22. berechnet und zuletzt die Summen der gefundenen Zahlen addirt. (Eine Grund-Linie für 2 Dreyecke genommen, ist kürzer.) (Fig. 20. u. 22.)

(Ist das Vieleck regulär, so macht man die Triangel vom Mittelpunkte aus, berechnet den Quadrat-Inhalt eines einzigen davon nach §. 22. und nimmt dann die gefundene Summe so vielmal, als das Vieleck Ecken hat, also beym 5-Eck 5 mal rc. (Fig. 21.)

Den Quadrat-Inhalt

B. krummliniger Figuren,

§. 24.

6) eines Kreises, Zirkels, findet man, indem man

a) entweder den Umfang mit $\frac{1}{4}$ des Durchmessers } multiplicirt.
oder den Diameter mit $\frac{1}{4}$ der Peripherie }

(Der ganze Kreis kann vom Mittelpunkte aus in lauter äusserst kleine Dreyecke getheilt werden; daher wird

nach §. 22. der $\frac{1}{2}$ Radius oder $\frac{1}{4}$ des Diameters zur Basis angenommen. (Fig. 23.)

z. B. Diam. = 100. u. Periph. = 314; also
25
―――
1570
628
―――
7850 Quadrat-Inhalt des Kreises.

b) Ist die Seite eines regulären Quadrats = 100, so ist der Quadrat-Inhalt des Stücks = 10000; also das Verhältniß des □ Inhalts eines Kreises zum Verhältniß des □ Inhaltes eines Quadrats } wie 7850 : 10000

oder kürzer
= 785 : 1000. (von beyden Zahlen 0 abgeschnitten.)
= 157 : 200. (beyde Zahlen mit 5 dividirt.)

z. B. des Kreises Diameter = 100; und der Quadrat-Inhalt eines regulären Quadrates von gleichem Durchmesser = 10000. Nun sagt man:

□ Inhalt des Kreises? | 10000 □ Inhalt eines □;
— 1000. | 785 0
―――
7850 Quadrat-Inhalt des Kreises, wie bey a. (Fig. 41.) (Fig. 51.)

§. 25.

7) einer Kugel findet man, indem man den Diameter mit der Peripherie multiplizirt.

Die Periph. unserer Erde = 5400 Meilen,
der Diameter derselben = 1720 —

1720
54 00
―――
688 000
8 60
―――
also der Quadrat-Inhalt unserer Erde beträgt in □ Meilen = 9,288,000. (Fig. 43.)

§. 26.

§. 26.

II.) Wie bestimmt man die Gränzen einer Fläche, welche

a) in lauter gleiche Theile getheilt werden soll?

α) bey regulärer Figur.

1) Wie schneidet man von einem Parallelogramme $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ab?

Man theilt die Basis in 3 oder 4 gleiche Theile und zieht Parallel-Linien. (Man vergleiche §. 21.) (Fig. 19.)

§. 27.

2) Wie theilt man einen Garten mit einem Brunnen in 2 gleiche Theile und zwar so, daß der Brunnen gemeinschaftlich bleibt?

Man mißt die Linie von a nach b, eine eben so lange mißt man von c nach d und zieht dann von a nach d die gesuchte Linie. (Fig. 52.)

§. 28.

3) Wie theilt man ein Dreyeck (man sehe Lehrsatz §. 22.) in 4 gleiche Theile?

Man theilt die Basis in 4 Theile und zieht von da aus Linien in die entgegen stehende Ecke. ("Triangel, welche gleiche Grundlinie und gleiche Höhe mit einander haben, sind auch in Ansehung ihres Flächen-Inhaltes einander gleich.) (Fig. 10.)

§. 29.

4) Wie schneidet man von einem Kreise $\frac{1}{6}$ des Ganzen ab?

Man theilt die Peripherie, als die Basis, in 6 gleiche Theile und zieht Linien nach dem Centrum. (Lehrsatz §. 26. 3.) (Fig. 24.)

β) bey

β) bey irregulärer Figur.

Dieß kann erst nach vorausgeschickten §§. 30—34. bey §. 35. gelehrt werden.

§. 30.

b) wenn ungleiche Theile von einem bestimmten Quadrat-Inhalte davon abgeschnitten werden sollen?

1) Von einem großen rechtwinkeligen Stücke ein ebenfalls rechtwinkeliges, das 140 □° 67 □′ enthalten soll.

Den Quadrat-Inhalt fand man, indem man die Länge und die Breite multiplicirte, und weiß man die Länge, z. B. 13° 5′ und dividirt damit in den abzuschneidenden □ Inhalt, so findet man auch die Breite.

```
135′) 14067 □′ | 10° 4′ 2″ die Breite des Stücks also.
      135..    |                            (Fig. 17.)
      -----
        567
        540
        ---
        270  (an 27/135 ein 0 angehängt und man be-
        270           kommt auch Zolle.)
        ---
          0
```

§. 31.

2) Wäre aber das Stück zu groß, als daß man nach seiner ganzen Länge, oder nach seiner ganzen Breite 1 Acker abschneiden könnte, weil dieser sonst zu schmal werden würde; so schneidet man ein vollkommenes Quadrat ab und wie lang jede Seite desselben seyn müsse, dieß findet man durch das Ausziehen der Quadrat-Wurzel.

Z. B. a) $\sqrt[2]{160^{\square\circ}}$ | 12° 6′ 4″ jede Seite lang.

```
  160□°  | 12° 6' 4''
  1'     |
 ------
   60
  (22)
   44
 --------
   16(00)
   (246)
   14 76
 ----------
    1 24(00)
     (2524)
    1 00 96
 ----------
      23 04 Cub. Zoll sind noch übrig.
```

a) Man theilt die Zahlen, von hinten her gezählt, in 2 und 2 Ziffern;

b) sucht die Wurzel zu dem vordersten 1 = 1.

Wurzeln:	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Quadrate:	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.

c) zum Reste, der nach dem Dividiren übrig blieb, kommen die 2 folgenden Zahlen herunter.

d) Der neue Divisor wird gefunden, wenn man den Quotienten mit 2 multiplizirt und derselbe wird dann so unter den Dividend gesetzt, daß die hinterste Zahl frei bleibt, worunter der neue Quotient kommt.

e) Der neue Quotient wird zu dem Divisor gesetzt, beide Zahlen werden mit dem Quotienten multiplizirt und das Produkt abgezogen.

f) Wieder wie bei c) angefangen.

b) 160 □ Ruthen war eine Irrational-Zahl (ließ sich nicht, ohne daß ein Bruch zurückgeblieben wäre, ausziehen); erst blieben 16 □ Ruthen übrig und man setzte zu 16 noch 00, um Fuß zu bekommen ꝛc. Quadrirt man 12° 6′ 4″ und setzt man zum gefundenen Quadrate = 1597696

den Rest = 2304

so hat man wieder = 160,°00′,00″

 (160

(160 □ Ruthen in Schweinf. = 1 Acker; und 1° à 10′ oder 6 Ellen, oder 6 Schritten.)

✓ 318 □°, 26′, 56″	17° 8′ 4″ jede Seite.
1′	
2, 18	
(27)	
189	Probe: 17° 8′ 4″
29 26	17 8 4
(348) ..	7 1 36
27 84 ..	14 2 7 2
1 42 56	124 8 8
(3564)	178 4
1 42 56	318°, 2 6′, 56 □″
0	

c) Wollte man ein doppelt so großes Stück, als das vorhergehende, abschneiden, so ist jede Seite desselben nicht 2 mal 17° 8′ 4″ oder 35° 6′ 8″ lang; sondern

✓ 636 □°, 53′, 12″	25° 2′ 2″ u. $\frac{4828''}{5042}$
4′ ..	
236 ..	
(45) ..	Probe: 25° 2′ 2″
225	2522
1153 ..	5044
(502)	5044
1004 ..	12610
149, 12	5044
(50 42)	6360484
100 84	4828 Bruch.
48 28	636°, 53′ 12 □″

(Jede Seite à 35° 6′ 8″ würde 4 mal soviel gegeben haben.)

§. 32.

3) Wie schneidet man von einem rechtwinkeligen Quadrate ein Dreyeck = 160 □ Ruthen ab? Da nach Lehrsatz §. 22. ein △ die Hälfte eines Parallelograms ist; so nimmt man nur die Hälfte der Länge (oder Breite), um damit in den Quadrat-Inhalt zu dividiren.

Die Länge des Stücks = 30° 8′;
also die Hälfte = 15° 4′

```
15° 4′ 0″)  160 □°00′00″ | 10° 3′ 8″ 74/77 Zoll die Breite,
            154   . . .0 |          welche man suchte.
            ---
              6  00
              4  62 .
              -------
              1  38 0
              1  23 2
              -------
                 14 8 0
```

(Fig. 16.)

§. 33.

4) Wie schneidet man von einem schiefen Acker ein Dreyeck ab? Man nimmt, wie §. 32., die halbe Länge des Ackers und dividirt damit, um die Breite (hier die senkrechte Höhe) zu finden, in den Quadrat-Inhalt. Z. B. die Länge des Feldes 40° und 180 □° sollen abgeschnitten werden.

20) 180 | 9° also die Breite und nun setzt man auf die 40° lange Linie eine senkrechte Linie = 9°, zieht mit der Basis eine Parallel-Linie u. durchschneidet am Ende dieses so entstandene Parallelogram durch eine Diagonal-Linie. (Fig. 53.)

§. 34.

5) Wie schneidet man von einem schiefen Acker ein Quadrat ab? Man schneidet 2 Dreyecke nach §. 33. ab, und sollte das Quadrat 320 □° enthal-

ten, so giebt man jedem Dreyecke die Hälfte davon = 160 □°.

die Länge des Ackers = 40° angenommen,
also die Hälfte = 20°.

20) 160 | 8° Breite, oder senkrechte Höhe.

a) Basis = 40°
senkrechte Höhe = 8°

2) 320 | 160 □°.

Auf die innere Linie des ersten gefundenen Dreyecks = 36° setzt man ein 2tes Dreyeck und zwar so gegen einander, daß dadurch ein Quadrat entsteht. (Fig. 54.)

18) 160 | 8° 8′ 8″ $\frac{8}{9}$ Breite, oder senkr. Höhe.
144
160 — Statt 2 Nullen hier u. 1 Nulle an den Divisor anzuhängen, hängt man lieber an den Dividend nur 1 Nulle und an den Divisor gar Nichts an.
144
160
144
16

b) Basis = 36°0′0″
senkr. Höhe = 8°8′8″ $\frac{8}{9}$

532800
2664
3200

2) 320, 00, 00 | 160 □°

Summa = 320 □ R.

§. 35.

1) Wie theilt man eine irreguläre Figur — von 360 Quadrat-Ruthen — in 3 gleiche Theile? (Siehe Anmerkung nach §. 29.)

3) 360 | 120 □ Ruthen kommen auf einen jeden Theil.

Nun mißt man den Quadrat-Inhalt des △ abc (nach §. 22.) und gesetzt, derselbe seye = 85 □ Ruthen, so hätte man

man auf die Linie bc noch ein △ von 35 □ Ruthen zu setzen (nach §. 33.)

85 u.
35
120 □ Ruthen = 1ster Theil.

Hierauf sucht man den Quadrat-Inhalt des △ def auf der entgegengesetzten Seite, z. B. = 72 □° und setzt auf die Linie df ebenfalls noch ein △ = 48 □°, so hat man

72 u.
48
abermals = 120 □ Ruthen = 2ter Theil, und was in der Mitte übrig geblieben ist, muß denn ebenfalls als der 3te Theil 120 □° enthalten.

(Hat man diese Eintheilung auf dem Papiere gemacht, dann ist sie leicht auch auf dem Felde zu machen; von f nach g auf dem verjüngten Maßstabe soll z. B. 7° 3′ seyn, also mißt man die Linie fg im Großen eben so lang.)

III. Stereometrie.

§. 36.

Da das Maß, dessen man sich zum Ausmessen des ganzen Inhaltes eines Körpers zu bedienen hätte, 1 Ruthe lang, 1° breit und 1° hoch (oder dick) seyn müßte, folglich das Messen mit der Cubik-Ruthe noch beschwerlicher, als mit der Quadrat-Ruthe, ja in manchen Fällen ebenfalls unmöglich wäre; (um einen Baum nach Cubik-Fuß zu verkaufen, müßte man denselben erst in lauter Würfel zerschneiden, womit aber auch sein ganzer Werth verlohren gienge;) so bedient man sich auch hier wieder des Längen-Maßes, mißt damit die Länge und Breite und sucht durch Multipliziren den Quadrat-Inhalt; hierauf sucht man noch

noch die Höhe, (oder Dicke) und multiplizirt hiermit den Quadrat-Inhalt, welches den körperlichen, oder Cubik-Inhalt giebt.

(1 Cubik-Ruthe Feldmaß = 1000 Cubik-Fuß,
oder = 1,000,000 Cub. Zoll.)

(1 Cubik-Ruthe Werkmaß = 1728 Cubik-Fuß,
oder = 2,985,984 Cub. Zoll.)

§. 37.

Wie sucht man den Cubik-Inhalt

A) regulärer Körper, z. B.

1) eines Prisma's? (§. 16. 1.)

Nachdem man den Quadrat-Inhalt seiner Grundfläche oder Basis nach §. 18—23. gesucht hat, so multiplizirt man diesen noch mit der Höhe.

1 Klafter Holz im Walde = 5 Fuß breit, 5' hoch und die Scheiter 3' lang = 75 Cub. Fuß.

1 Klafter Holz am Wasser = 6 Fuß breit, 6' hoch und die Scheiter 3' lang = 108 Cub. Fuß.

(Ein verschobenes Klafter faßt weniger Holz, als ein senkrecht stehendes. (Lehrsatz §. 21. Fig. 18.)

1 gemeines Brett 10' lang oder 120 Zoll, breit = 10 —, dick = 1 — } $= \frac{1200}{1728}$ Cub. Zoll,
oder nicht gar $\frac{3}{4}$ Cub. Fuß.

also 1 Schock = 72000 Cub. Zoll, oder $41\frac{2}{3}$ Cub. Fuß.

§. 38.

Man findet den cubischen Inhalt

2) einer Pyramide, (§. 16, 2.) indem man den gefundenen Quadrat-Inhalt der Basis mit $\frac{1}{3}$ der Höhe multiplizirt. ($\frac{2}{3}$ des Prisma's fallen hier weg.) (Fig. 56.)

Eine

Eine Pyramide in Aegypten = 345′ hoch u.
jede Seite der □ förmigen Grundfläche 700
= 700′ lang 700

also der Quadr. Inh. der Basis = 4900°00′
$\frac{1}{3}$ der Höhe = 115′

10350,000
und der cubische Inhalt 460

= 56,350,000 Cub. Fuß.

§. 39.

3) eines Cylinders. (§. 16, 3.) Nachdem man den Quadrat-Inhalt der Grundfläche nach §. 24. gesucht hat, so multiplizirt man diesen noch mit der Länge.

Diamet. einer Mühl-Welle
= $1\frac{1}{2}$ Schuh oder 18″
Peripherie . . . = $56\frac{1}{2}$

108
90
9

4) 1017 | $254\frac{1}{4}$ □ Zoll;

die Länge dieser Welle = 18′ oder 216″

1524
254
508
54

1728) 54918 Cub. Zoll | $31\frac{4}{5}$ Cub. Fuß.
5184

3078
1728

1350

Eine

Eine Welle Reißig-Holz, deren Peripherie = 3′ und deren Länge ebenfalls = 3′ beträgt, hat Diamet. = $\frac{300}{314}$ Fuß;

3 multiplizirt mit $\frac{300}{314}$ giebt =

4) $2\frac{272}{314}$ | $\frac{1}{2}$ u. $\frac{68}{314}$ □ Fuß, oder $\frac{225}{314}$ Quadrat-Fuß.

$$\frac{225}{314} \cdot \frac{3}{1} = \frac{675}{314} = 2\frac{47}{314} \text{ Cubik-Fuß,}$$

$$\begin{array}{r|r} 314 & 675 \\ & 628 \\ \hline & 47 \end{array}$$

und 1 ganzes Schock

$$\frac{675}{314} \cdot \frac{60}{1} = \frac{40500}{314}$$

an kubischem Inhalte = $128\frac{308}{314}$ Fuß.

Eine Welle 3′ lang u. 2′ im Umfange hat $\frac{300}{314}$ Cubik-Fuß
und 1 ganzes Schock — — — $57\frac{102}{314}$ dto.

Eine Schweinf. Maßkanne, ($\frac{1}{64}$ Eym.) deren Diam. = 46 alte Pariser Linien und deren Höhe = 68‴, hat = $112952\frac{8}{100}$ Cub. Lin. ($65\frac{1}{2}$ Cub. Zolle) u. 1 Fuder = 50,200 Cub. Zolle. ohngefähr (29 Paris. Cub. Fuß.) beyläufig

§. 40.

4) Eines **Fasses** cubischen Inhalt findet man, indem man den Quadrat-Inhalt des Kreises innen am Bauche des Fasses und den des Bodens summirt, die gefundene Summe halbirt und diese Mittelzahl nach §. 39. noch mit der Länge des Fasses multipliziret.

Das große Faß auf der Festung Königstein in Sachsen soll seyn 34 Fuß lang, und der Durchmesser des Bodens soll 22′ der Durchmesser des Bauches aber 24 Fuß messen.

Periph? | 24′ D.
D. 100 | 314 P.

100 | 1256
| 628

| 75,36 | $75\frac{36}{100}$ Fuß

$75\frac{36}{100}$ Peripherie,
24 Durchmesser.

300
150
$8\frac{64}{100}$ Bruch,

4) $1808\frac{64}{100}$ | $452\frac{16}{100}$ $\square$ Fuß
2

Periph? | 22′ D.
D. 100 | 314 P.

| 628
| 628

100 | 69,08 | $69\frac{8}{100}$ Fuß

$69\frac{8}{100}$ Peripherie,
22 Durchmesser,

138
138
$1\frac{76}{100}$ Bruch;

4) $1519\frac{76}{100}$ | $379\frac{94}{100}$ $\square$ Fuß
33

$452\frac{16}{100}$ großer Kreis,
$379\frac{94}{100}$ kleiner dto.

2) $832\frac{10}{100}$ | $416\frac{1}{20}$ $\square'$

$416\frac{1}{20}$ $\square'$ als Mittelzahl zwischen beyden Kreisen;
34 Länge des Fasses.

1664
1248
$1\frac{7}{10}$ Bruch,

$14145\frac{7}{10}$ Cub. Fuß.

Fuder? | $14145\frac{7}{10}$ Cub. F. Nürnb.
Nürnb. Cub. Fuß $3\frac{1}{8}$ | 1 Eymer,
Eym. 12 | 1 Fuder.

5 | 141457 | 377 Fuder 2 Eym. 44 Ms.
25 | 1125 |
3 | 2895
375 | 2625
2707
2625
82

cf. §. 45. b.

§. 41.

§. 41.

Zum Visiren der Fässer bedient man sich gewisser Stäbe.

a) Der gemeine Visir-Stab wird, statt daß im vorhergehenden §. Schuhe angenommen waren, willkührlich in lauter gleiche Theile, z. B. in Zolle ꝛc. getheilt. ($\frac{1}{24}$ einer Schweinf. Elle.)

Ein Fäßchen ist lang $13\frac{1}{2}$ solcher angenommenen Theile,
der Bauch-Durchmesser hat $10\frac{1}{2}$ — — —
der Boden-Durchmesser hat $9\frac{1}{2}$ — — —

Man sehe §. 24. b.

```
  | 21              | 19
2 |               2 |
  | 21              | 19
2 | ——            2 | ——
  |  21             | 171
  | 42              | 19
  | ——              | ——
4 | 441 | 110¼ □  4 | 361 | 90¼ □
```

$110\frac{1}{4}$ das große □
$90\frac{1}{4}$ das kleine □,

2) $200\frac{1}{2}$ | $100\frac{1}{4}$ die Mittel-Zahl.

```
   O? | 100¼ □
□ 200 | 157 O
————— | —————
    4 | 401
————— | —————
  800 | 157
      | 628
      ———————
       62957 | 78 557/800 solcher □ Theile.
       56 00 |
       —————
          69
          64
       —————
           5
```

Maß? | 1062 Cub. Theile,
Cub. Theile 75 | 1 Maß ($\frac{1}{7\frac{1}{2}}$ Eym.)

75 | 1062 | $14\frac{1}{6}$ Maß enthält also das Fäßchen.
75
312
300
12

$78\frac{557}{800}$ □ Inhalt des Bodens;
$13\frac{1}{2}$ Länge des Fäßchens.
$1062\frac{639}{1600}$ solcher Cub. Theile.

800 | 62957
2 | 27
1600 | 440699
125914
1600 | 1699839 | $1062\frac{639}{1600}$
16 00
99
96
38
32
6

(Ist der Boden länglich-rund, so muß man den Quadrat-Inhalt des Kreises nach dem größten und nach dem kleinsten Diameter suchen und dann aus dem Quadrat-Inhalte beyder Kreise zusammen die Hälfte oder die Mittel-Zahl nehmen.) (Fig. 25.)

§. 42.

b) Der cylindrische Visir-Stab wird verfertigt:

Auf der einen Seite eines Stabes schneidet man die Höhe einer Maßkanne soviel mal ein, als möglich ist und bemerkt dieses mit 1, 2, 3, 4 u. s. w.

Auf der andern Seite dieses Stabes merkt man den Durchmesser dieser Maßkanne, den Durchmesser einer 2mäßigen, 3—4mäßigen Kanne ꝛc. von gleicher Höhe an.

Wie

Wie groß der Diameter einer 2mäßigen Kanne, die mit einer 1mäßigen gleiche Höhe behalten soll, werden müsse, dieß findet man entweder

1) mit Hülfe des Pythagoräischen Lehrsatzes (der wegen vielfacher Anwendbarkeit Magister matheseos genannt wurde,) und welcher also heißt: "Wenn man auf die "3 Seiten eines rechtwinkeligen Dreyecks Qua- "drate zeichnet, so ist das Quadrat auf der Hy- "pothenuse — d. i. auf der längsten Seite dem Win- "kel von 90 Graden gegen über — so groß, als die "Flächen der beyden andern Quadrate zusammen "genommen, welche auf die Catheten gezeichnet "worden sind." Beweiß:

a = 9 □ Fuß,
e = 16 □ Fuß;

a u. e = 25 □ Fuß und ghcd ebenfalls 25 □ Fuß.

a = bc; denn gleiche Grundlinien und gleiche Höhen (Lehrsatz §. 21.) und da der Δb ≅ Δd, wie jeder auf dem ersten Blicke sieht, also a auch so groß, wie cd.

e = fg; (Lehrsatz §. 21.) und da der Δf ≅ Δh ist, folglich muß e auch so groß, wie gh und ae zusammen so groß, wie cd und gh seyn. (Fig. 57.)

Von a nach b und von a nach c ist der Diameter 1 Maßkanne, bey c schreibt man daher = 1;

Von b nach c ist der Diameter von 2 Maßkannen, die Länge der Linie bc trägt man daher von a nach d ebenfalls auf den Stab und macht bey d ein 2.

Von b nach d giebt die Länge des 3mäßigen Durchmessers u. bey e setzt man 3 hin u. s. w. (Fig. 58.) oder

2) Durch Ausziehen der Quadrat-Wurzel. (§. 31.)

Man theilt den Diameter einer Maßkanne in 100 gleiche Theile.

Das □ 1 Kanne also = 10000 und die Quadrat-Wurzel = 100 Theile.

Das □ 2 Kannen also = 20000 und die Quadrat-Wurzel = $141\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{2}{1}$ Theile.

Das

Das □ 3 Kannen also = 30000 und die Quadrat-Wurzel = $173\frac{71}{343}$ Theile.

Das □ 4 Kannen also = 40000 und die Quadrat-Wurzel = 200 — Theile u. s. w.

Nun mißt man auf der Seite des Stabs, wo der Diameter angemerkt ist

den Bauch-Durchmesser z. B. = $1\frac{1}{2}$ Eymer,
den Brden-Durchmesser — = $1\frac{1}{3}$ —

2) $2\frac{5}{6}$ dto. | $1\frac{5}{12}$ Eym. Mittelzahl des Cylinders.

und auf der Seite des Stabs, wo die Kannen-Höhe steht,
die Länge des Fasses von einem Boden zum andern
= 12 Kannen-Höhen.

12
5 Bruch;

also der Inhalt des Fasses . . = 17 Eymer

(Wie viele Eymer in einem nicht ganz vollen Fasse sind, dieß läßt sich nicht finden, es seye denn, daß das Faß aufgestürzt auf einem seiner Böden stände.)

§. 43.

c) Die cubische Visir-Ruthe, nur bey cylindrischen Fässern brauchbar,

1) verfertigt man am leichtesten, indem man sie durch den Spund, (der aber in der Mitte seyn muß,) so tief in Fässer, deren Inhalt man weiß, hineinsteckt, daß sie unten an dem Boden ansteht und dann oben beym Spunde an derselben anmerkt, wie weit sie im 1, 2, 3 ꝛc. eymerigen oder füderigen Fasse stack.

2) Oder man sucht mit der gemeinen Visir-Ruthe §. 41. die Kapazität einer Maßkanne, z. B. = 1000000; zieht hieraus die Quadrat-Wurzel = 100, als die Länge einer jeden Seite des Würfels; die Quadrat-Wurzel wird quadrirt = 10000; das Produkt duplirt = 20000 und

und aus diesem Duplo die Quadrat-Wurzel gezogen $\sqrt{2,00,00}$ | 141, welche Zahl = 141 den Kreuz-Diameter des Cubi von 1 Maß giebt.

Theilt man den gefundenen Kreuz-Diameter in 100 gleiche Theile, so ist

von 1 Maße	der Würfel	=	1000000
von 2 Maßen	— —	=	2000000
von 3 dto.	— —	=	3000000
von 4 dto.	— —	=	4000000 u. s. w.
von 8 dto.	— —	=	8000000 u. s. w.

und aus diesen Würfeln zieht man endlich die Cubik-Wurzel.

Wurzel:	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Würfel:	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.

$\sqrt[3]{1,000,000}$ | 100 Theile Kreuz-Diam. 1 Maß.

1
—000
000

$\sqrt[3]{2,000,000}$ | $125\frac{46875}{2000000}$ Kreuz-Diam. 2 Maße.

Würfel = 1
1000

a) (3)::
b) 6::
c) 12:
d) 8
728 abgezogen von oben.

a) Der neue Divisor entstand aus der Wurzelzahl = 1, quadrirt = 1 und multiplizirt mit 3 = 3.
b) Der Divisor 3 mit der neuen Wurzel = 2 multiplizirt = 6.
c) Die neue Wurzel 2 quadrirt = 4, das Quadrat mit 3 multiplizirt = 12 und das Produkt noch mit der vorhergehenden Wurzel = 1 × = 12.
d) Der Würfel der neuen Wurzelzahl 2.

272000
a) (432)::
b) 2160::
c) 900:
d) 125
225125 abgezogen von oben.
46875

a) Wieder der neue Divisor aus Wurzel = 12, quadr. = 144 u multipliz. mit 3.
b) Der Divisor 432 multiplizirt mit der neuen Wurzelzahl 5.
c) Die neue Wurzel 5 quadr. = 25, dann multiplizirt mit 3 = 75, u. das Produkt mit den vorigen Wurzelzahlen 12.
d) Cubus der Wurzelzahl 5.

$\sqrt[3]{3{,}000{,}000} \mid 144\frac{14016}{3000000}$ Kreuz-Diam. 3 Maße.

$\sqrt[3]{4{,}000{,}000} \mid 158\frac{55688}{4000000}$ Kreuz-Diam. 4 Maße.

$\sqrt[3]{8{,}000{,}000} \mid 200$ Theile Kreuz-Diam. 8 Maße.

§. 44.

5) Eines Kegels. (§. 16, 4.) Man verfährt, wie bey §. 39, multiplizirt aber, wie bey §. 38. die gefundene Quadrat-Zahl der Grundfläche nur mit $\frac{1}{3}$ der senkrechten Höhe.

Diam. 5 Fuß, Periph. $13\frac{70}{100}$

$$\frac{5}{4)\ 78\frac{1}{2}} \mid 19\frac{5}{8} \ \square \text{ Fuß,}$$

die Höhe 12′, davon $\frac{1}{3}$ . . . = 4

$78\frac{1}{2}$ Cub. Fuß.

oder O? | 25 □
□ 200 | 157 O
8 | 157 | $19\frac{5}{8}$ □ Fuß.
8
77
72
5

§. 45.

6) Eines abgestutzten Kegels.

a) Man rechnet erst den ganzen Inhalt aus und zieht dann von diesem den Inhalt des abgeschnittenen Stückes ab.

der untere Diam. = 28″,
der obere dto. = 14.
die ganze Höhe = 180″, die Hälfte = 90″.

28
28
224
56
$784\ \square$

O ? | $784\ \square$
$\square$ 200 | 157 O
100 | 615,44 | $615\frac{11}{25}\ \square$ = die Grundfläche.
60 = $\frac{1}{3}$ der Höhe.
36900
$26\frac{2}{5}$ = Bruch,
$36926\frac{2}{5}$ cub. Inh. des ganz. Keg.

14
14
56
14
$196\ \square$

O ? | $196\ \square$
$\square$ 200 | 157 O
100 | 15386 | $153\frac{43}{50}\ \square$ = die Grundfläche.
30 = $\frac{1}{2}$ der Höhe.
4590
$25\frac{4}{5}$ = Bruch,
$4615\frac{4}{5}$ cub. Inhalt des abgeschnittenen Stückes.

$36926\frac{2}{5}$ ganzer Kegel.
$4615\frac{4}{5}$ abgeschnittenes Stück.
$32310\frac{3}{5}$ Inhalt des abgestutzten Kegels.

b) Oder man berechnet den abgestutzten Kegel als Cylinder.

der große Diameter = 28″
der kleine dto. = 14
die Höhe — = 90.

1) Die Grundfläche des großen Kreises = $615\frac{11}{25}\ \square$
die Grundfläche des kleines Kreises = $153\frac{43}{50}\ \square$
die mittlere Grundfläche = $384\frac{13}{20}\ \square$″

384

$384\frac{13}{20}$ □'' mittlere Grundfläche,
$90''$ = Höhe.

34560
$58\frac{1}{2}$ = Bruch,

$34618\frac{1}{2}$ Cub. Zoll körperl. Inhalt.
$32310\frac{3}{5}$ wahrer Inhalt nach Berechnung bey a) also

$2307\frac{9}{10}$ Cub. Zoll hier zu viel.

2) Nähme man 21'' als die Mittelzahl beyder Diamet.

21
21

21
42

u. 441 = □.

O ? | 441 □
□ 200 | 157 O

200 | 69237 | $346\frac{37}{200}$ die mittl. Grundfl.
| 00 | 90 = Höhe.

31140
$16\frac{13}{20}$ = Bruch,

$31156\frac{13}{20}$ Cub. Z. körperl. Inh.
$32310\frac{3}{5}$ Cub. Z. wahrer Inh.

also $1153\frac{19}{20}$ C. Z. hier zu wenig.

3) Nähme man von $384\frac{13}{20}$ mittl. Grundfl. aus großem u. kleinem Boden, und
von $346\frac{37}{200}$ dto. dto. aus beyden Diamet.

$365\frac{167}{400}$ als eigentl. Mittelzahl,
90 = Höhe,

32850
$37\frac{23}{40}$ = Bruch; so erhält man

$32887\frac{23}{40}$ Cub. Zoll körperl. Inhalt,
und da $32310\frac{3}{5}$ Cub. Zoll wahrer Inhalt,

also nur $576\frac{39}{40}$ Cub. Zoll hier zu viel.

§. 46.

7) Einer Kugel. (§. 16, 5.)

a) Man berechnet nach §. 24. den Quadrat-Inhalt des größten Kreises, multiplizirt diesen mit dem Diameter,

als der Höhe und nun hat man den körperlichen Inhalt eines Cylinders. $\frac{2}{3}$ des Cylinders machen den cubischen Inhalt der Kugel aus.

5400 Meilen = Peripherie der Erde,
430 dto. = $\frac{1}{4}$ des Diameters

162000
216

2322000 □ Meilen = Grundfläche des größten Kreises.
1720 Meilen = Diamet. (Höhe.)

46440000
16254
2322

3) 3993840000 Cub. Meil. = körperl. Inhalt des Cylinders.
| 1331280000 = $\frac{1}{3}$ des körperl. Cylinder-Inhalts
2

2,662,560,000 Cub. Meil. körperl. Inh. der Erde.

b) oder kürzer: man sucht nach §. 25. den Quadrat-Inhalt der Kugel und multiplizirt diesen mit $\frac{1}{6}$ des Diameters. (Von der Peripherie bis zum Mittelpunkte kann man sich unzählige Pyramiden denken und nach §. 38. wird die Grundfläche mit $\frac{1}{3}$ der Höhe ($\frac{1}{6}$ des Diameters) multiplizirt.) (Fig. 23. u. 59.)

der Quadrat-Inhalt unserer Erde
nach §. 25 = 9,288,000 □ Meilen,
286 $\frac{2}{3}$ Meilen = $\frac{1}{6}$ des Diam.

2,662,560,000 Cub. Meilen, wie bey a.)

§. 47.

Wie sucht man den cubischen Inhalt
B) irregulärer Körper?

8) Den irregulären Körper legt man entweder

a) in einen regulären Kasten, füllt den übrigen Raum mit Wasser, Sand, Hirsen u. dgl. aus. Hierauf thut man die-

diesen Körper wieder heraus und mißt, wie viele Cubik-Schuhe der Kasten leer geworden ist; z. B.

Länge des Kasten = 6 Fuß,
Breite desselben = 3 —

18 □ Fuß;
$1\frac{1}{4}$ F. nach d. Herausnehmen

des irregul. Körpers leer; = $22\frac{1}{2}$ Cub. Fuß leerer Raum also im Kasten, und da der irreguläre Körper diesen Raum voraus ganz ausfüllte, so muß er folglich $22\frac{1}{2}$ Cubik-Fuß betragen.

b) Oder man wiegt den irregulären Körper, z. B. 1751 ℔; hängt ihn dann in Regenwasser, worauf von der andern Wagschale Gewicht weggenommen werden muß, da der im Wasser hängende Körper gerade um so viele Pfunde leichter wird, als er Pfunde Wasser verdrängt hat.

1751 ℔ ausser dem Wasser,
978 ℔ noch im Wasser;

also wurde er = 773 ℔ leichter, folglich muß er auch 773 ℔ Wasser verdrängt haben.

64 ℔ Wasser nehmen 1 Cubik-Fuß Wasser ein — wie viele Cubik-Fuß 773 ℔?

Cub. Fuß? | 773 ℔.
℔ 64 | 1 Cub. Fuß

64 | 773 | $12\frac{5}{64}$ Cub. Fuß Wasser wurden verdrängt, eben soviele Cubik-Fuß muß also auch der irreguläre Körper gehabt haben.

---

§. 48.

Die Trigonometrie,

oder die Wissenschaft, "mittelst der Regel de Tri die unbekannten Stücke eines Triangels (Seiten oder Winkel) genau zu finden, wenn man 3 Stücke desselbigen

{ entweder 1 Seite und 2 Winkel,
oder 2 Seiten und 1 Winkel,
oder 3 Seiten und keinen Winkel gemessen hat,
gründet sich auf folgende Wahrheiten:

1) Jedes Dreyeck kann mit seinen 3 Spitzen in die Peripherie eines Zirkels gelegt werden.

2) Jede Seite desselben ist also eine Chorde, (Sehne.) (§. 6, B.)

3) Die größte Chorde ist diejenige, die durch das Centrum geht, also der Diameter, und den Diameter eines jeden Kreises (groß oder klein,) theilt man in 100000.

4) Da derjenige Winkel in einem △, welcher der durchs Centrum gehenden Chorde oder dem Diameter gegen über steht, allemal ein rechter Winkel ist; so hat also die einem Winkel von 90 Graden gegenüberstehende Linie = 100,000 Theile trigonometr. Maßes. (Fig. 60.)

5) Hat der Winkel weniger, als 90°; so muß auch die zu diesem Winkel gehörige Chorde kürzer seyn, also weniger als 100,000 Theile trigonometrischen Maßes haben.

Und so hat man nun in den Chorden-Tafeln berechnet, wie lange die Chorde ist, (wie viele trigonometrische Theile sie hat,) wenn der ihr gegenüberstehende Winkel = 1°, 2°, 3° ꝛc. 30°, 50°, 80° ꝛc. hat.

z. B. 90° = 100,000 Theilen tr. M. Chorden-Länge.
30° = 50,000 — — — — —

§. 49.

Oder, statt der ganzen Chorde, nimmt man nur die halbe, (den Sinus) und giebt, ebenfalls willkührlich, der Hälfte der größten Chorde (dem Semidiameter, oder dem Radius, dem Sinui toti) 10,000,000 Theile trig. Maßes.

Was §. 48. 4 u. 5. rücksichtlich der Chorden-Länge gesagt worden ist, das gilt ebenfalls hier bey dem Sinus; je kleiner der Winkel, desto kleiner ist der gegenüber stehende Sinus.

z. B. 90° Sinus totus = 10,000,000. } tr. M.
30° do. do. = 5,000,000. }

So

So entstanden die Tabulae Sinuum et Tangentium und um bey so großen Zahlen des beschwehrlichen Multiplizirens und Dividirens überhoben zu seyn, berechnete man auch noch ausserdem die Logarithmos Sinuum et Tangentium. (Fig. 61.) (Man lese in der Anweisung zum Rechnen nach Reesischer Manier das Kapitel von den Logarithmen.)

§. 50.

Da das trigonometrische Maß blos zeigt, in welchem Verhältnisse die Linien mit dem Diameter (in den Chorden-Tafeln) oder mit dem Sinus totus (in den Sinus-Tafeln) stehen; so muß man mittelst der Regel de Tri das eigentliche Maß noch besonders suchen und die ganze Trigonometrie besteht also darin:

a) daß man entweder aus dem trigonometrischen Maße das gemeine Maß, oder

b) daß man aus dem gemeinen Maße das trigonometrische Maß sucht.

§. 51.

Anwendung der Trigonometrie

I) auf die Longimetrie.

Wie findet man die Länge einer Linie? (von einem Punkte zum andern?)

A) 1 Linie und
2 Winkel sind bekannt.

a) Einer der bekannten Winkel gehört zur Linie, deren Länge man weiß, d. h. steht derselben gerade gegenüber.

1 Beyspiel. (§. 10. 2 Fall. b. Fig. 29. 2.) Schußweite auf die Vogelstange.

die Linie AB = 9° 2′ 4″. Höhe der Vogelstange.
der Winkel D = 30°.
der Winkel G od. A = 90°.

Die

die Höhe von C nach D, oder von A nach G muß von der Linie AB abgezogen werden.

Höhe der Stange	$= 9^{\circ}\ 2'\ 4''$
Höhe des Stocks zum Auflegen der Büchsen	$7'\ 6''$
	$8^{\circ}\ 4'\ 8''$ von G nach B noch.

Lin. DB?	($\angle 90^{\circ}$) trig. Maß $= 100000$.
trig. M. $= 50000$. ($\angle 30^{\circ}$)	$8^{\circ}\ 4'\ 8''$ Lin. GB.
50000	84800000 $16^{\circ}\ 9'\ 6''$ Länge der
	343 - 0000 Linie DB.

oder mit Logarithmen:

Lin. DB?	($\angle 90^{\circ}$) . . .	Log. =	10,0000000.
($\angle 30^{\circ}$)	$8'\ 4'\ 8''$ Lin. GB	Log. =	2,9283959.
		Summa =	12,9283959.
Log. .	. . . . . .	=	9,6989700.
		Log. =	3,2294259.

von der Zahl $= 16^{\circ}\ 9'\ 6''$, als der Schußweite.

§. 52.

b) Keiner der 2 bekannten Winkel gehört zur Linie, deren Länge man weiß; aber da (nach Lehrsatz §. 10, 4. am Ende auch die Größe des 3ten Winkels gefunden werden kann, wenn man die Summe der 2 bekannten Winkel von 180° abzieht, so ist das Verfahren hier eben so leicht, wie bey Beysp. 1.

2. Beyspiel. (§. 10. 2. Fall, b. Fig. 29, 1.) Höhe der Vogelstange, eines Thurms ꝛc. (1. Beysp.)

die Linie ag $= 14^{\circ}\ 6'\ 8''$
$\angle$ a $= 90^{\circ}$.
$\angle$ g $= 30^{\circ}$.

90°	180°
30°	120°
120°	folgl. $60^{\circ} = \angle$ b oben.

Linie

Linie ab? | (∠ 30°) trig. Maß = 50,000.
tr. Maß = 86602. (∠ 60°) | 14° 6′ 8″ Linie ag. . . .

86602 | 73400000 | 8° 4′ 7″ $\frac{1}{2}$
692816
411840
346408
654320
606214
48106

Log. = 9,6989700 von ∠ 30°
Log. = 3,1667261 von Lin. 14° 6′ 8″
Summa = 12,8656961
Von 60° Log. = 9,9375306
2,9281655
Log. = 2,9278834 von 8° 4′ 7″ $\frac{1}{2}$.
$\frac{2821}{5125}$

3. Beyspiel. (§. 8. 1. Fall. Fig. 27. 2.) Entfernung zweyer Bäume ꝛc. von einander.

die Linie cb = 10°
∠ c = 70°
∠ b = 63° u. folglich ∠ a = 47°.
Der Ansatz, wie beym 2ten Beyspiele.

4. Beyspiel. (§. 9. 2. Fall. a. Fig. 28, 1.) Breite eines Flusses.

Die Linie bc = 10°
∠ b = 81°
∠ c = 53° u. folglich ∠ a = 46°.
Der Ansatz, wie beym 2ten Beyspiele.

5. Beyspiel. (§. 12. 3. Fall. b. Fig. 32, 2.) Höhe eines Thurms, Baums ꝛc.

Die Linie cd = 5°
∠ 1 = 40°
∠ 2 = 123° u. folglich ∠ 3 = 17° und
∠ 4 als Supplem. von 123° = 57°.

Hier

Hier bekommt man 2 △ zu berechnen.

a) Lin. gb? | ($\angle$40°) . . . Log. = 9,8080675
($\angle$17°) | 5° Lin. cd Log. = 0,6989700

10,5070375

Log. . . . . . . = 9,4659353

1,0411022

Log. = 3,0409977 von 10° 9′ 9″.

(Anstatt unter 1,0411022 zu suchen, wo man 10° und einen Bruch gefunden hätte, sucht man 3,0409977 und man bekommt auch 9′ und 9″ noch.)

b) Lin. bf? | $\angle$57°) (Supplem. v. 123°) Log. = 9,9235914
($\angle$90°) | 10° 9′ 9″. . . . Log. = 3,0409987

12,9645891

Log. . . . . = 10,0000000

2,9645891

von 9° 2′ 2″ der Log. = 2,9647309

Addirt man zur Linie bf = 9° 2′ 2″
die Höhe des Stativs de = 5′ 4″, so erhält man
die ganze Höhe der Linie ab = 9° 7′ 6″.

Probe:

1. Linie ad / fg ? | no. 4 = 57°.
($\angle$33°) no. 6 = 90 . . . . Log. = 9,7361088
no. 5 = 33

180°.

($\angle$57°) | 9° 2′ 2″ Linie bf . . . . Log. = 2,9647309

12,7008397

Log. . . . . = 9,9235914

von 5° 9′ 9″ der Log. = 2,7772483

Linie ad = 5° 9′ 9″
Linie cd = 5° 0′ 0″ folglich
Linie ac = 10° 9′ 9″ zusammen.
$\angle$ no. 3 = 17°
$\angle$ no. 5 = 33°
beyde = 50° zusammen.

2. Linie bf? ($\angle 50°$)	($\angle 40°$) . . Log.	= 9,8080675
	10° 9′ 9″ Lin. ac Log.	= 3,0409977
		12,8490652
Log.	. . . .	= 9,8842540
	Log.	= 2,9648112 von 9° 2′ 2″ wie bey b.)

6. Beyspiel. (§. 12. 3. Fall, b. Fig. 32. 2.) Schußweite auf die Vogelstange. (5. Beysp.)

Linien und Winkel, wie beym 5ten Beyspiele.

Linie eb? $\angle(17°)$	(57°) (Supplem. von 123°) Log.	= 9,9235914
	5° Linie cd . . . Log.	= 0,6989700
		10,6225614
Log.	. . . .	= 9,4659383
		1,1566231
	von 14° 3′ 4″ Log.	= 3,1565491

§. 53.

B) 2 Linien und
1 Winkel sind bekannt.

a) Der Winkel gehört zu einer der bekannten Linien.

7. Beyspiel. (§. 10. 2. Fall, b. Fig. 29. 2.) Entfernung des Stand-Häuschens von der Vogelstange. (1. u. 2. Beysp.)

Linie AB = Höhe der Vogelstange = 9° 2′ 4″
Linie DB = Schußweite = 16° 9′ 6″
$\angle$ A = 90°.

Die Höhe des Stativs CD = der Höhe von A nach G muß von der ganzen Höhe der Stange abgezogen werden.

$$\begin{array}{r} 9° \; 2' \; 4'' \\ 7' \; 6'' \\ \hline 8° \; 4' \; 8''. \end{array}$$

Da der Winkel B, gehörig zur Linie, die gesucht werden soll, unbekannt ist, so muß er ebenfalls erst gefunden werden.

($\angle$D?)

(∠D?)	8° 4′ 8″ Lin. AB.	
Lin. DB. 16° 9′ 6.	(∠ 90°) trig. Maß = 100,000.	
1696″	8° 4′ 8″ 00000	50,000 trig. Maß = 30°
	8 4 8 0	. . . . Winkel D.
	0	

oder mit Logarithmen:

(∠D?)	848 Lin. AB. Log. =	2,9283959
Lin. DB. 1696	(∠ 90.) . Log. =	10,0000000
		12,9283959
Log.		3,2294258
	Log. =	9,6989701 v. ∠ 30° D.

∠ A oder G = 90°
∠ D = 30°, folglich
∠ B = 60° und man hat den Fall, wie §. 51 u. 52.
Summa = 180°.

Lin. AC?	(∠ 60°) . . . Log. =	9,9375306
(∠ 30°)	8° 4′ 8″ Lin. AB. Log. =	2,9283959
		12,8659265
Log.	=	9,6989700
Lin. AC. von 14° 6′ 8″	Log. =	3,1669565

§. 54.

b) Der bekannte Winkel gehört zu keiner der 2 bekannten Seiten.

1) Das Dreyeck ist rechtwinkelig.

8. Beyspiel. (§. 10. 2. Fall b. Fig. 29. 2.) Schußweite rc. (1. Beyspiel.)

Linie AC oder DG = Entfernung von der Vogelstange = 14° 6′ 8″.

Linie AB = Höhe der ganzen Stange = 9° 2′ 4″.
BG = 8° 4′ 8″.

∠ A = 90°.

Vor allen Dingen muß man suchen, zu irgend einer der bekannten Linien einen Winkel aufzufinden und zu diesem Ende nimmt man, um $\angle 90^\circ$ zu bekommen, eine dieser Linien, z. B. DG, als den Sinus totus an, und die Linie BG wird dann der Tangens.

Tang. ($\angle$ D ?)	$8^\circ 4' 8''$ Lin. BG .	Log. =	2,9283959
Lin. DG = $14^\circ 6' 8''$	($\angle 90^\circ$) Sin. tot.	Log. =	10,0000000
			12,9283959
Log.	. . . .	=	3,1667261
			9,7616698
von $30^\circ 1'$ = $\angle$ D Log. Tangent.		=	9,7617311

Nun sagt man weiter:

Linie BD ?	($\angle$ G = 90°) . .	Log. =	10,0000000
($\angle$ D = $30^\circ 1'$)	$8^\circ 4' 8''$ Lin. BG. .	Log. =	2,9283959
			12,9283959
Log. .	. . . . . .	=	9,6991887
			3,2292072
von $16^\circ 9' 5''$ Log. Sin.		=	3,2291697

oder nach dem Lehrsatze §. 42, 1. Magister mathes. genannt,

Lin. DG = 1468.	Lin. BG = 848
1468	848
11744	6784
8808	3392
5872	6784
1468	719104 □
2155024 □	

□ 1) = 2155024
□ 2) = 719104

Summa = $\sqrt{2,87,41,28}$ | 16° 9′ 5″ Lin. DB.

1

187
(26)..
156 ..

3141
(329)
2961

18028
(3385)
16925

1103.

§. 55.

2) Das Dreyeck ist nicht rechtwinkelig.

9. Beyspiel. (§. 11. 3. Fall a. Fig. 62.) Entfernung zweyer Gegenstände jenseits eines Flusses.

Die Linie ab = 50°
$\angle$ c = 40°
$\angle$ d = 60°
$\angle$ e = 30°
$\angle$ f = 80°
} gemessen u. folgl. $\angle$ h = 50° und $\angle$ g = 30° u. s. w. (§. 10. u. §. 52.)

Hier sind mehrere Triangel, wie die Figur zeigt. Um die Länge der Linie ik zu finden, muß aber nothwendig ein solcher ausgehoben werden, zu welchem die zu suchende Linie gehört, z. B. Δ bik.

Von diesem Dreyecke wissen wir wohl den $\angle$ d = 60°; aber wie lang ist die Linie bi? und die Linie bk?

Beyde Linien müssen erst nach der Angabe in den vorhergehenden §§. gesucht werden. Also

1) Sin. bi? | (∠70°) (Suppl. zu ∠e = 30° . Log. = 9,9729858
u. ∠f = 80
110°)
(∠30°) | 50° Lin. ab . . . . Log. = 1,6989700
11,6719558
Log. . . . . = 9,6989700
1,9729858

Von 90° 1′7″, als der Länge der Linie bi, Log. = 3,9729892

2) Linie bk? | (∠30°) . . . Log. = 9,6989700
(∠50°) | 50° Linie ab . Log. = 1,6989700
11,3979400
Log. . . . . . . = 9,8842540
1,5136860

Von 32° 6′3″, als der Linie bk, Log. = 3,5136171.

Nun wissen wir die Linie bi = 93° 9′7″
die Linie bk = 32° 6′3″
∠ d = 60°. Da aber dieser Winkel zu keiner der beyden bekannten Linien gehört, so müssen die Winkel zu beyden auch erst gesucht werden und zwar auf folgende Weise:

180° = die 3 Winkel zusammen,
60° = der bekannte Winkel d und folglich
120° = die ∠m und ∠lh zusammen,
60° = die Mittelzahl, oder die Hälfte.
Linie bi = 93° 9′7″
Linie bk = 32° 6′3″
gehörig zu = 126° 6′0″. Länge beyder Linien zusammen und 61° 3′4″ Differenz beyder Linien.

Und nun sagt man: Wie sich die Summe der beyden Seiten bi und bk zu ihrer Differenz verhält; so verhält sich der Tangens der halben Summe der beyden gesuchten Winkel lh und m zu dem Tang. der halben Differenz derselben und diese gefundene $\frac{1}{2}$ Differenz addirt zur $\frac{1}{2}$ Summe der ∠ giebt den ∠lh, subtrahirt von der $\frac{1}{2}$ Summe der ∠ giebt den ∠m.

(∠)

(∠) Tang. ½ Diff.? | 61° 3. Diff. beyd. Lin. Log. = 2,7874605
beyd. Lin. Sa = 126° 6′ | (∠ 60°) Tang. ½ Sa. Log. = 10,2385606

13,0260211

Log. . . . . = 3,1024337

9,9235874

von 39° 59′ ∠ Log. Tang. = 9,9235570

Linie bi = 93° 9′ 7″ u. deren ∠ lh = 60° als Hälfte beyder
Winkel und 39° 59′ als gefundene
½ Differenz addirt = ∠ lh = 99° 59′. Summa.

Linie bk = 32° 6′ 3″ u. deren ∠ m = 60° als Hälfte beyder
Winkel und 39° 59′ als gefundene
½ Diff. subtrahirt, = ∠ m = 20° 1′.

Nun fährt man fort:

Linie ik? | (∠ d = 60°) . Log. = 9,9375306
Suppl. des ∠ lh = 99° 59′
(∠ 80° 1′) | 93° 9′ 7″ Linie bi . Log. = 3,9729892

13,9105198

Log. . . . . . . = 9,9933737

3,9171461

Von 82° 6′ 3″, der Linie ik, Log. Sin. — 3,9171378

§. 56.

Anwendung der Trigonometrie

II) auf die Planimetrie.

Wie findet man den Quadrat-Inhalt eines Drey-ecks? (Wie findet man die senkrechte Höhe in demselben?) (§. 22. u. Fig. 13.)

A) 1 Winkel und
2 Linien sind bekannt.

10. Bey-

10. Beyspiel. ∠a = 30°; Linie ab = 13° 4′ 2″ und Linie ac = 9° 1′ 8″.

Linie cd?	(∠a = 30°) . . .	Log. =	9,6989700
(∠e = 90°)	9° 1′ 8″ Linie ac .	Log. =	2,9628427
			12,6618127
Log.	. . . .	=	10,0000000
	von 4° 5′ 9″ Lin. cd	Log.	2,6618127

4° 5′ 9″ senkrechte Höhe von c nach d;
6° 7′ 1 ½ Basis ab.

```
        4 5 9
    3 2 1 3
  2 7 5 4
```

also = 3 0° 7 9′ 8 9″ □ Inhalt des Δ abc.

§. 57.

B) 2 Winkel und
1 Linie sind bekannt.

11. Beyspiel. ∠a = 30°; ∠b = 40° und Linie ab = 13° 4′ 2″.

Die Linie ac muß vor Allem gesucht werden.
∠c = 110° und das Supplement also = 70°.

Linie ac?	(∠40°) . . .	Log. =	9,8080675
(∠70°)	13° 4′ 2″ Lin. ab .	Log. =	3,1277525
			12,9358200
Log.	. . . .	=	9,9729858
	von 9° 1′ 8″. Lin. ac	Log. =	2,9628342

und weiß ich Linie ab = 13° 4′ 2″. Lin. ac = 9° 1′ 8″ und ∠a = 30°; so ist wieder Fall A. §. 56.

§. 58.

C) 3 Linien sind bekannt.

12. Beyspiel. Linie ab $= 13° 4' 2''$, Linie ac $= 9°$ $1' 8''$ und Linie bc $= 7° 1' 4''$.

a) Durch die senkrechte Linie, die man auf die Basis fallen läßt, macht man 2 rechtwinkelige Dreyecke und bekommt also $\angle e = 90°$.

b) nun mißt man die Linie ad, wo die senkrechte Linie auffällt $= 7° 9' 5''$.

c) und sucht den Winkel c, welcher zur Linie ad gehört.

($\angle$c?)	$7° 9' 5''$ Linie ad	. Log. $=$	2,9003671
Linie ac $= 9° 1' 8$	($\angle 90°$)	. . Log. $=$	10,0000000
			12,9003671
Log.		$=$	2,9628427
	von 60° $\angle$c	Log. $=$	9,9375244

$\angle c = 60°$
$\angle e = 90$ und folglich
$\angle a = 30$

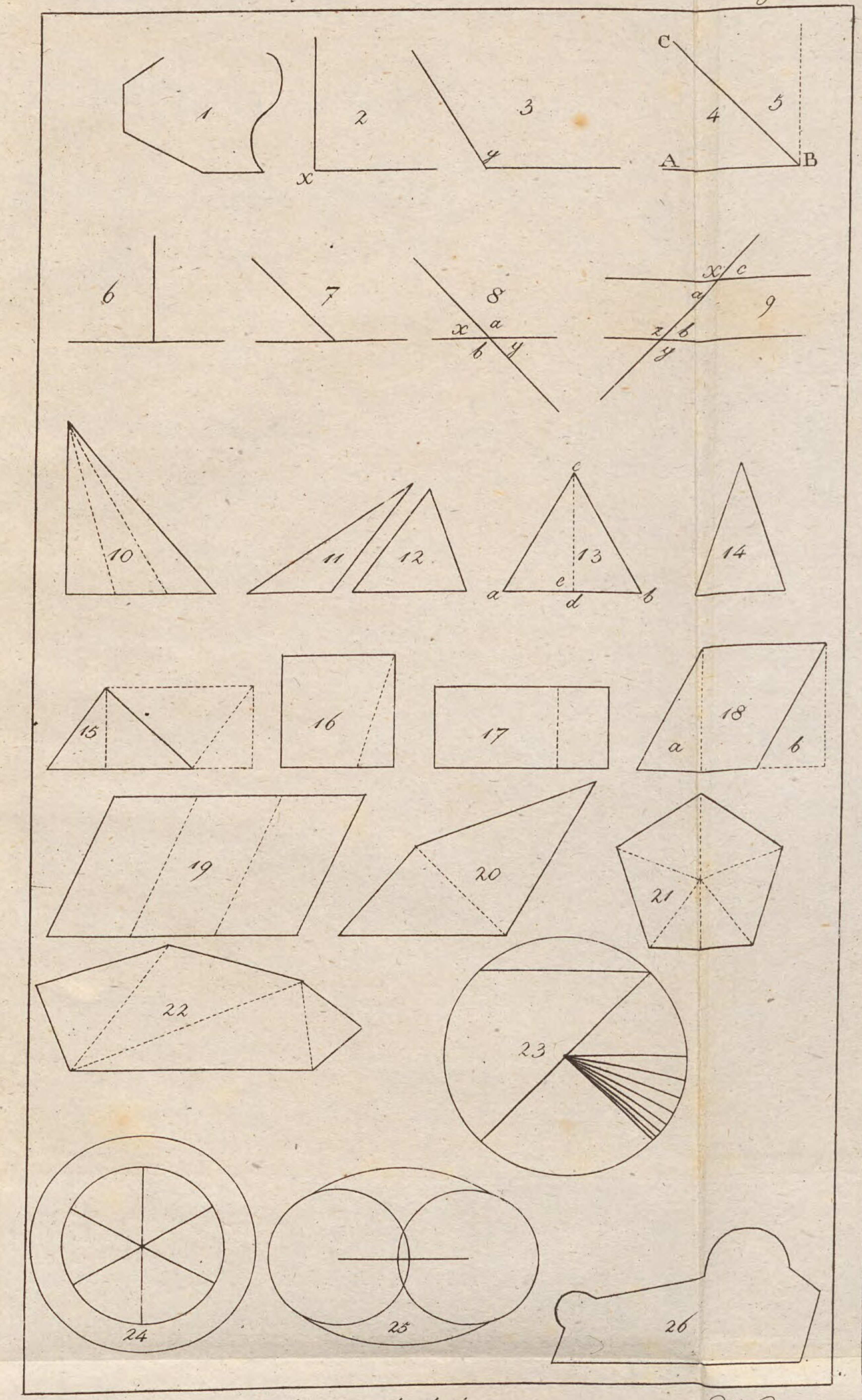
$180°$.

und hier also ebenfalls das 10te Beyspiel wieder.

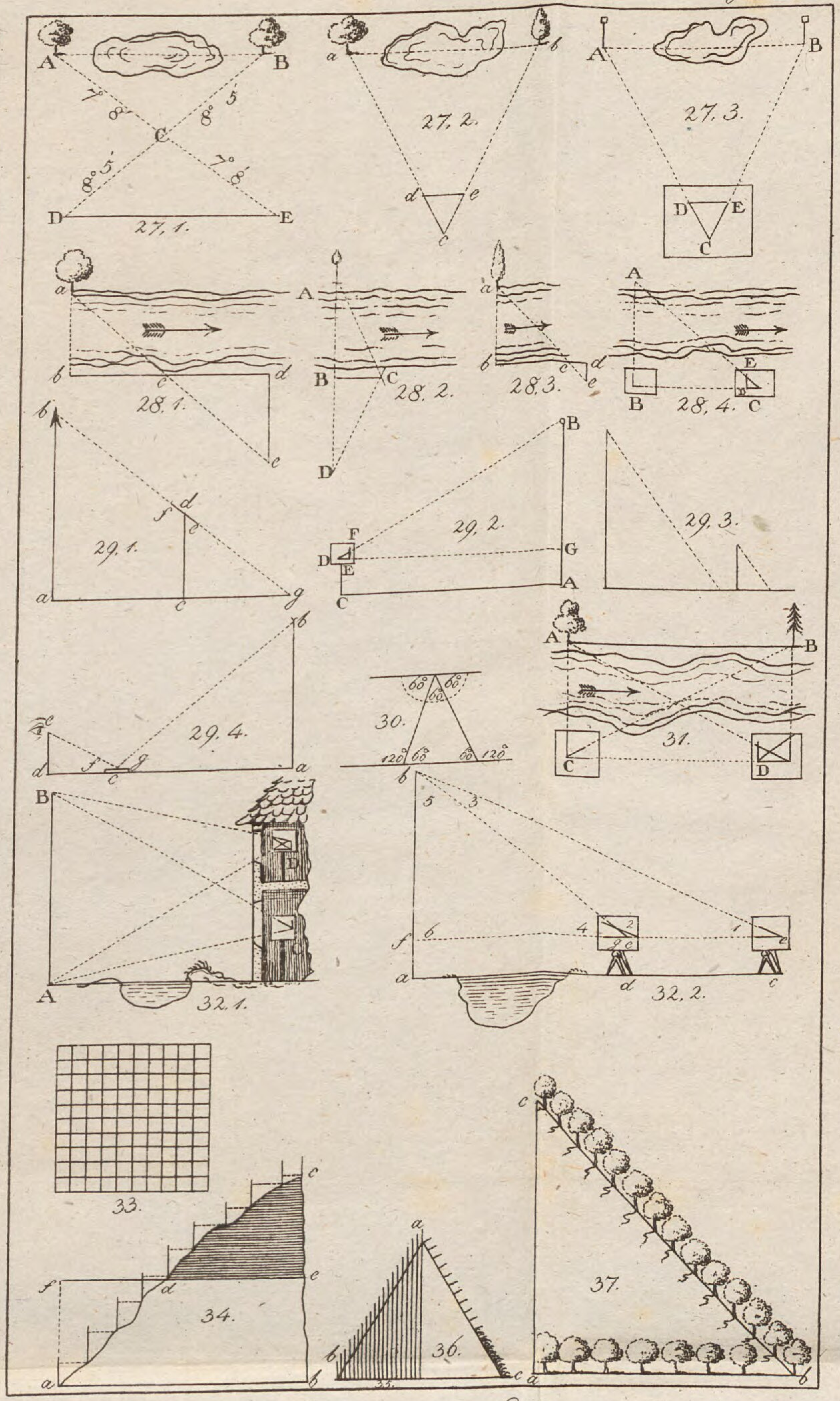
Verbesserungen.

Seite	Zeile		anstatt		zu lesen
Seite 12.	Zeile 22.	ist anstatt	Wechselwinkel	zu lesen:	Scheitelwinkel.
—	— 23.	—	§. 5. c.	—	§. 5. b.
— 14.	— 3.	von unten anstatt	von B nach C	—	von B nach D.
— 15.	— 20.	anstatt	und in E;	—	und in C,
— 17.	— 16.	—	dc bis zum Auge	—	de bis zum Auge.
— 18.	— 6.	—	§. 58. 8.	—	§ 55. 9.
— 25.	— 5.	—	4' 3''	—	4' 8''
— 31.	— 1.	von unten anstatt	§. 26. 3.	—	§. 28. 3.
— 33.	— 7.	von unten muß b) weggestrichen und			
— 34.	— 3.	vor dem neuen Exempel b) gesetzt werden.			
— 43.		Die 7 ersten Zeilen müssen nach Zeile 19. zu Ende des Beyspiels gelesen werden.			

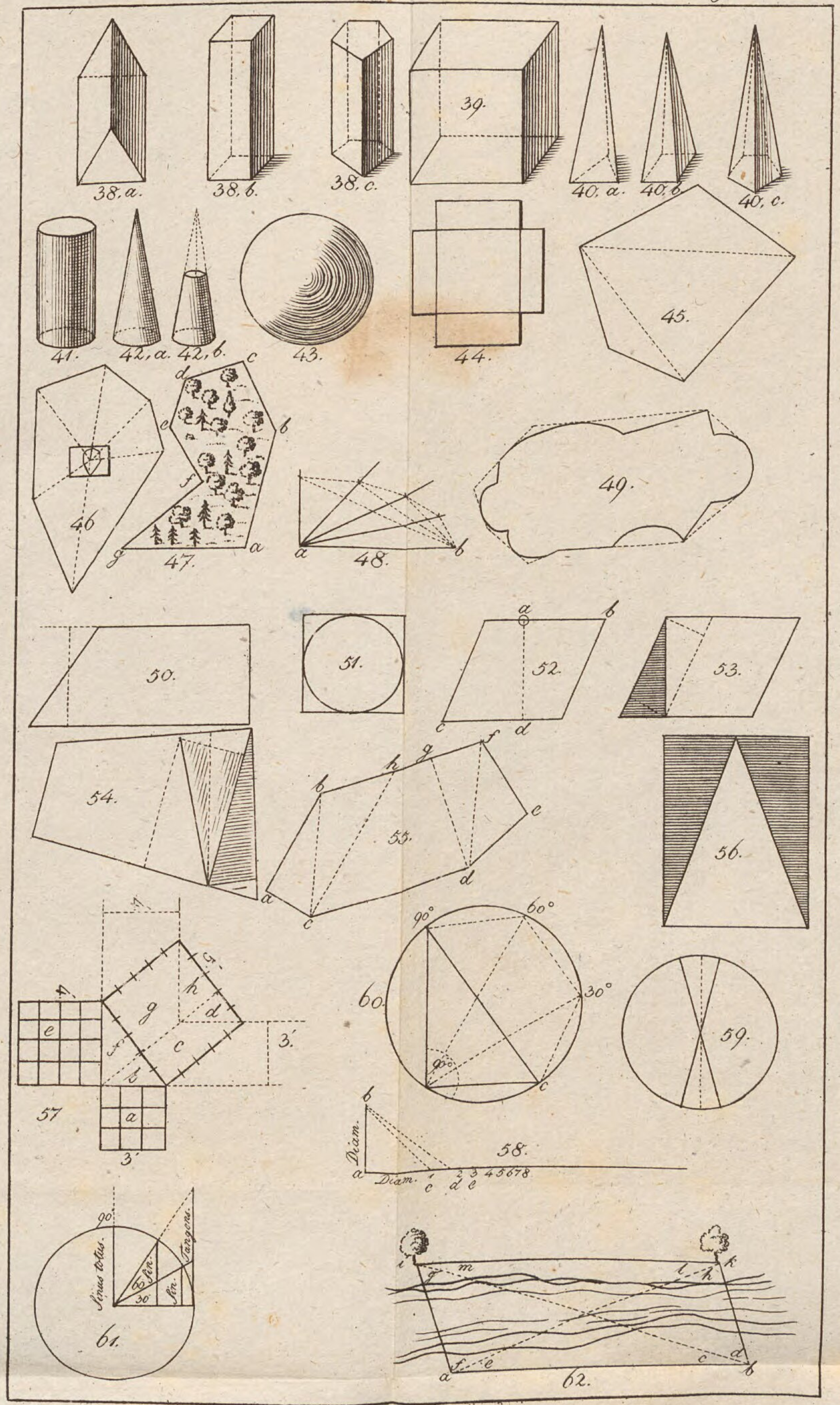
Taf. I.



Taf. II.

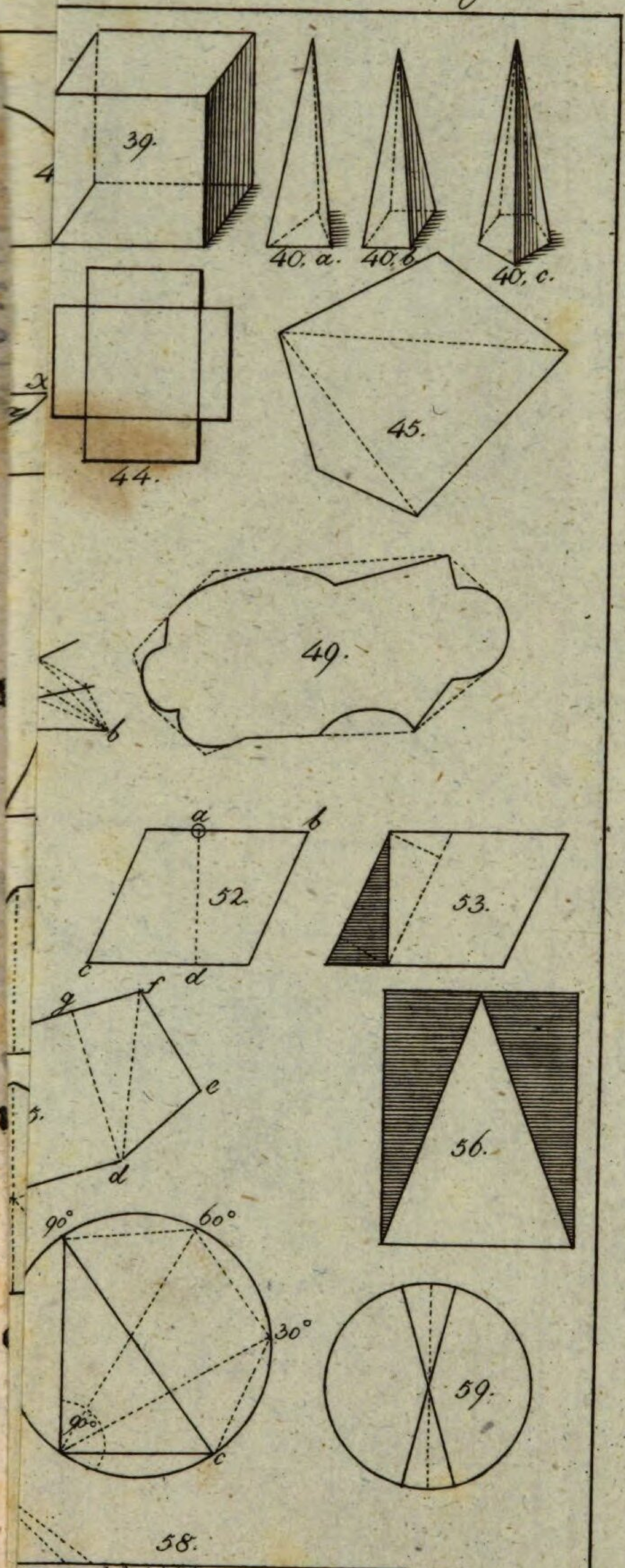


Taf. III.



= Bedeutet gleich; ∽ ähnlich; ≅ congruent; ∠ Winkel; △ Triangel; □ Quadrat. ⧉ Cubus; ∠ 30° Grade 15. Min. □° eine Quadrat-Ruthe, □' ein Quadr. Fuß; □'' ein Quadr. Zoll; □''' eine Quadr. Linie.

Taf. III.



Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Weinich, Georg Philipp,

Das Vorzüglichste aus der Geometrie und Trigonometrie populär vorgetragen für Güter Besitzer u. Professionisten u. d. gl. ; mit 3 Kupfertafeln

Erlangen 1814

Math.p. 635 d
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083078-3